

1. はじめに

津波の数値シミュレーションは防災計画や沿岸構造物の設計において重要な役割を担っている。津波解析は、氾濫解析と同様に基本的に浅水方程式を数値的に解いて行われる。

本研究では、OpenFOAMにおいて津波計算のソルバーを開発することを目的とする。

OpenFOAMは1980年代末に開発され、今は高価な商用CFDソフトにも匹敵するオープンソースなソフトウェアであり、プラットフォームでもある¹⁾。

OpenFOAMは数値解析開発、及び数値流体力学を含む連続体力学の前処理用のツールボックスである。1)非構造格子に基づく有限体積法(FVM)を用いており、精度の高いメッシュの作成が可能。2)大規模線形システムの数値計算をOpenFOAM任せで開発者の負担が少ない。3)様々な離散スキームを開発者が指定し利用可能。4)前後処理付き可視化

2. 基礎方程式と OpenFOAM

2.1 デカルト座標における基礎方程式

浅水方程式は次式により構成される。

水深の輸送方程式

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial q_i}{\partial x_i} = 0 \quad (i = 1, 2) \quad (1)$$

運動方程式

$$\frac{\partial q_i}{\partial t} + \frac{\partial q_i \bar{u}_j}{\partial x_j} = -\frac{g}{2} \frac{\partial h^2}{\partial x_i} - gh \frac{\partial z_b}{\partial x_i} - \frac{\tau_{bi}}{\rho} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[v_t \left(\frac{\partial q_i}{\partial x_j} + \frac{\partial q_j}{\partial x_i} \right) \right] \quad (i = 1, 2) \quad (2)$$

ここで、比流量 $q_i = h\bar{u}_i$ 、底面応力 $\frac{\tau_{bi}}{\rho} = \frac{n^2 g}{h^{1/3}} \bar{u}_i |\bar{\mathbf{u}}|$ 、

水深平均渦粘性 $v_t = \frac{\kappa}{6} u^* h$ 、摩擦速度 $u^* = \sqrt{\frac{\tau_b}{\rho}}$ 、 h

は水深、 g は重力加速度、 z_b は標高、 τ_{bi} は底面摩擦応力である。

2.2 ベクトル形式の基礎方程式

OpenFOAMは座標系に依存しないベクトル形式が理解しやすい。浅水方程式をベクトル形式に書き直すと水深の輸送方程式、運動量方程式は以下になる。

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \nabla \cdot (h\mathbf{U}) = 0 \quad (3)$$

$$\frac{\partial q}{\partial t} + \nabla \cdot (q\mathbf{U}) = -hg\nabla((z_b + h)) + \frac{\tau_b}{\rho} + \nabla \cdot (v_t \nabla q) \quad (4)$$

なお、前出の比流量、底面応力、水深平均渦粘性、摩擦速度の関係を利用すると以下の式が表せる。

$$\frac{\tau_b}{\rho} = \alpha q, \quad \alpha = g \frac{n^2 |\mathbf{U}|}{h^{4/3}}, \quad q = h\mathbf{U}, \quad v_t = \frac{\kappa}{6} (\alpha q)^{1/2} h$$

2.3 方程式を解く OpenFOAM の記述

式(3)はOpenFOAMでは次のように記述することで数値計算が行われる。

```
solve(fvm::ddt(h) == -fvc::div(phi,h))
```

ここで ϕ はセル面を通過するフラックスでOpenFOAMの中で欠かせない存在である。 S_f をセル面ベクトルとすれば、 ϕ は $\phi = \mathbf{U} \cdot S_f$ で表される。また、 fvc は勾配や発散などの離散化を陽的に扱い、 fvm は陰的に扱う。

併せて、対流項は一般的に $\nabla \cdot (q\mathbf{U})$ のような式となり、 $\text{div}(\phi, q)$ と記述される。デカルト座標系における運動方程式(2)は二本(3次元なら3本)の式であるが、ベクトル形式の運動方程式(4)は1本であり、OpenFOAMにおいても1本である。

2.4 離散スキーム

離散スキームはfvSchemesに記述して指定する。発散(divergence)はOpenFOAMでは $\text{div}()$ となる。例えば、対流項(移流項) $\nabla \cdot (UU)$ は $\text{div}(\phi, U)$ で記述され、その離散化スキームは表-1のような種類を指定できる。勾配やラプラシアンなどにもそれぞれの離散化スキームがある。

表-1 発散の離散化スキーム

Scheme	Numerical behaviour
linear	Second order, unbounded
skewLinear	Second order, (more) unbounded, skewness correction
cubicCorrected	Fourth order, unbounded
upwind	First order, bounded
linearUpwind	First/second order, bounded
QUICK	First/second order, bounded
TVD schemes	First/second order, bounded
SFCD	Second order, bounded
NVD schemes	First/second order, bounded

2.5 線形システム方程式の解法

大規模な線形方程式 $Ax = b$ は反復法によって数値的に解かれるがその解法は fvSolutions の中で記述して指定する。指定できる解法は PCG(前処理付き共役勾配法, 対称行列), PBiCG(前処理付き双共役勾配法, 非対称行列) などがある。前処理 (preconditioner) は Diagonal(対角スケール), DIC(対角ベース不完全コレスキー分解) などが利用可能。

3. 計算諸元

3.1 鎌倉沖の地形と粗度係数

地形と粗度係数は国土交通省国土数値情報ダウンロードサイトから入手し、それぞれ、視覚化したものを図-1, 図-2 に示す。

3.2 沖側入射波形

津波は第一波のみを対象とし、半周期は 960 秒とした。波高は変化させる。細山田らの研究結果から入射波形を作成したものを図-3 に示す。

4. 解析結果

本研究では波高の違いとして、波高 14.47m と波高 25.0m での解析と堤防設置前と堤防設置時 (10,20,40m) の解析を行った。波高の違いによる水深の結果を図-4, 堤防設置前と堤防 40m での水深の結果を図-5 に示す。

5. まとめ

本研究で津波計算ソルバーの開発に成功し、地形変化や堤防設置時も再現可能となった。

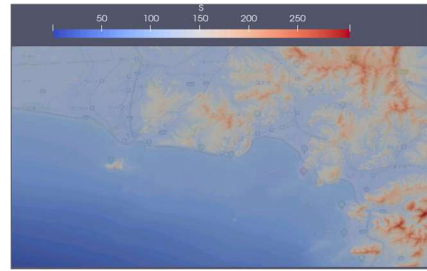


図-1 計算領域の標高

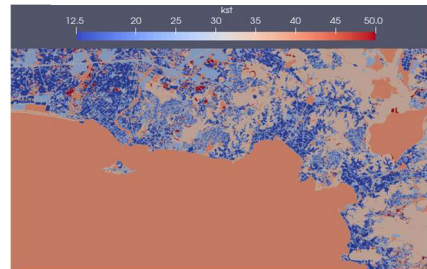


図-2 計算領域の粗度の逆

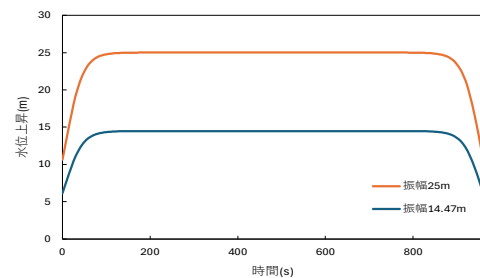


図-3 入射波形

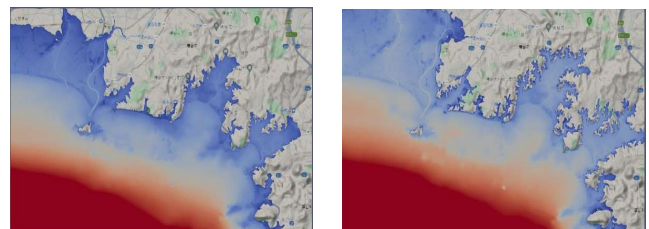


図-4 波高の違い水深 [m] (左: 14.47m, 右: 25.0m)

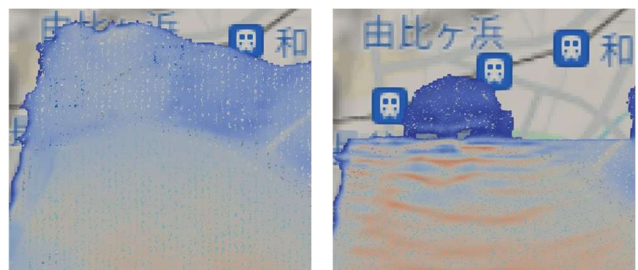


図-5 堤防の有無 (左: 堤防なし, 右: 堤防 40m)

参考文献

- 1) OpenFOAM, About OpenFOAM, <https://www.openfoam.com/>, (最終閲覧 2026/02/02)