

浸透流を含む河川の実験と実物スケールの相似性の検討

水文・気象研究室 田代 陸

1 背景

河川において、水理模型実験による現象の解明・検討が多く行われ、絶大な信頼が置かれている。相似則はいくつかあるが、河川の場合、重力が流れを駆動する支配的な要素なので、慣性力と重力の比を表すフルード数を合わせるフルード相似則がよく採用される。浸透流のみの模型実験においては、透水材料さえ同じものを使えばよいという説¹⁾、幾何学的相似性のみから自動的に運動学的相似が成り立つという説がある²⁾。

河川の模型実験はフルード相似などに基づいて行われるものの、浸透流を含んでいるケースでは、必ずしも浸透流の相似を満たしているとは言えない。河川流の相似、浸透流の相似は個別に満たすことは可能であるが、河川構造物周りに自由水面を有する河川流・跳水、及び地盤中の複数の透水ゾーンを流れる浸透流が同時に存在するとその両方を満たす相似則がわからず、模型実験では浸透流の相似まで考慮されていないのが現状である³⁾⁴⁾⁵⁾。

著者らは既往の研究⁵⁾で、浸透流と河川流を同時に計算する数値モデル⁶⁾で模型実験に対する数値計算を行い模型実験に一致する結果が得られている。のちに数値モデルの支配方程式から、浸透流と河川流に相似性を同時に持たせる半理論的条件を導出した⁷⁾が、数値実験による確認はなされていない。

本研究は既報⁸⁾を発展させて、浸透流と河川流に同時に相似性を持たせるために、より現実性のある対策を、数値実験を通して検討する

2 層流での河川流と浸透流の相似について

国総研で行われた、模型実験の結果をもとに数値実験を行い河川流と浸透流の相似の検討を行った。

2.1 模型実験

国総研河川研究室の縮尺1/10二次元固定床水理模型実験の詳細図を図-1に示す。図中の寸法単位はmmであるが、▽で示されるのは現地標高であり、単位

はmである。堰の下には20mm相当の割栗石、護床工ブロック下流には40mm相当の玉石が設置された。堰はコンクリートの一体構造であるが、模型実験では堰本体は図-1(a)に示されるように縦断方向に7分割、横断方向に2分割された。縦断方向に7分割された各ブロックに番号①～⑦が振られた。被災時に堰本体がめくれた範囲（ブロック⑤-1と⑥-1）を中心に堰表面と裏面を対に圧力センサーが設置された。表面から順に②～⑧、裏面から順に⑩～⑫である。圧力と静圧（水深）が合致しているか確認するために堰上流部の①に圧力センサーが、落差部に負圧が発生しているか確認するために⑨に圧力センサーが設けられている。いくつかの縦断位置で水深方向に複数点の流速が計測された。模型実験の単位幅流量は $0.214\text{m}^3/\text{s}/\text{m}$ である。模型実験の詳細は既報⁵⁾を参照されたい。

2.2 数値実験

図-2に固定床模型実験に対する計算領域を示す。透水係数の異なるゾーンは色別で表示し、 $k_0 \sim k_4$ は図-1の粗粒沈床、砂、割栗石、ホロースケヤーと捨て石ゾーンの透水係数で、それぞれ13.1, 0.0726, 23.4, 46.8, 13.1cm/sを採用した。このうち、 k_1 は長岡技大で計測された値、その他は国総研実験⁸⁾で計測された値、またはその実験で得られた粒径と透水係数の関係で線型補間

された値である。模型実験は長さ28mの水路で行われるが、数値実験は模型実験全体を対象とせず堰周辺だけを計算領域として扱う。計算領域の大きさは横1270mm、縦4334mmである。格子サイズは水平方向1.3mm～5mm、鉛直方向2mm～2.5mmとした。

境界条件：紫色の河川流域の左境界は流入境界で流量を与えて水深により流速が求められる。乱流強さを5%と想定して経験式により k と ε が決められる。河川流域の上境界は大気圧を指定して流速の法線勾配ゼロに基づいて流出入を許す。計算領域の右境界は流出境界で、勾配ゼロの条件を課す。地盤域の下境界と左境界は壁として扱う。

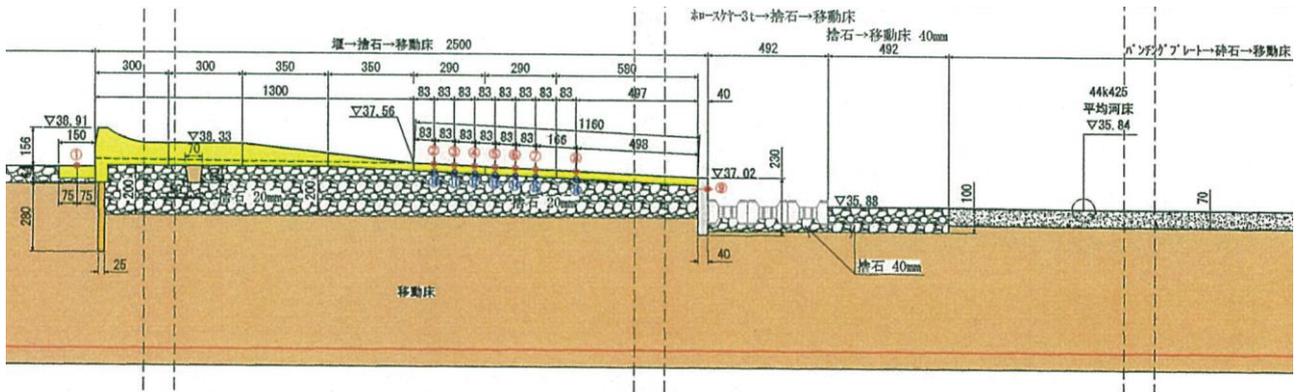


図-1 水理模型実験の床止め部分の縦断面図と平面図（単位 mm，▽に示されたものは現地スケール（m））

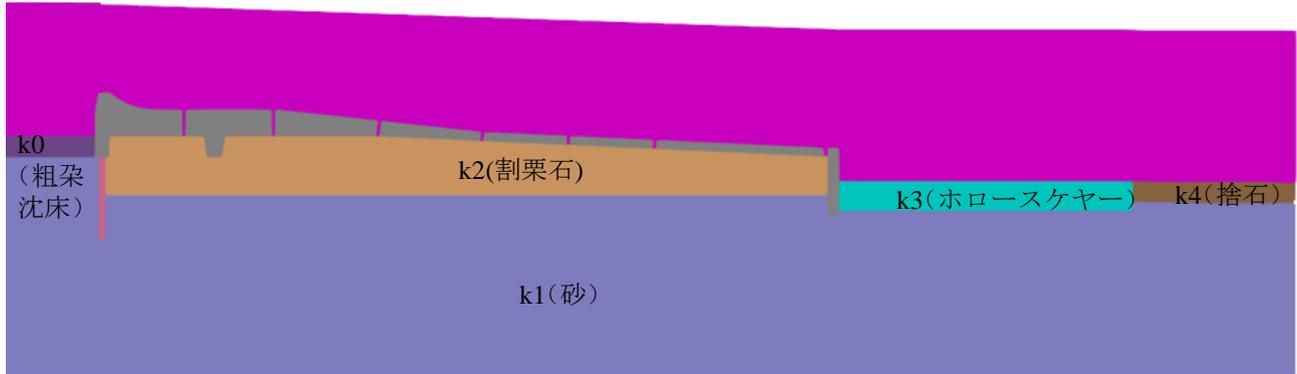


図-2 水理模型実験に対する計算領域，k0～k4は透水係数

3 層流状態での結果と考察

図-3にいくつかの典型ケースの流速と等ポテンシャル線を示す。河川流と浸透流の速度差が大きすぎて同一図に表示するために白い矢印は流速の向きのみを，背景色は流速の大きさを示す。図-3(a)には模型実験で得られた水面形（青い線）と流速（黒い矢印）もプロットしている。

図-3(a)は模型実験に対する計算結果である。この図は模型実験の河川流を数値実験が良く再現していることを表す。増水時に堰本体が破壊されたのを再現するために堰をブロック構造にしているのが特徴である。そのために浸透流は実物から大きく変わったと考えられる。

図-3(b)は実物と形状を一致させるべく，堰のブロック構造を一体構造に変更して得られた計算結果である。河川流はほぼ変わらないが，流線網は大きく変わっている。20mm割栗石ゾーンの動水勾配は等ポテンシャル線がないほど小さい。

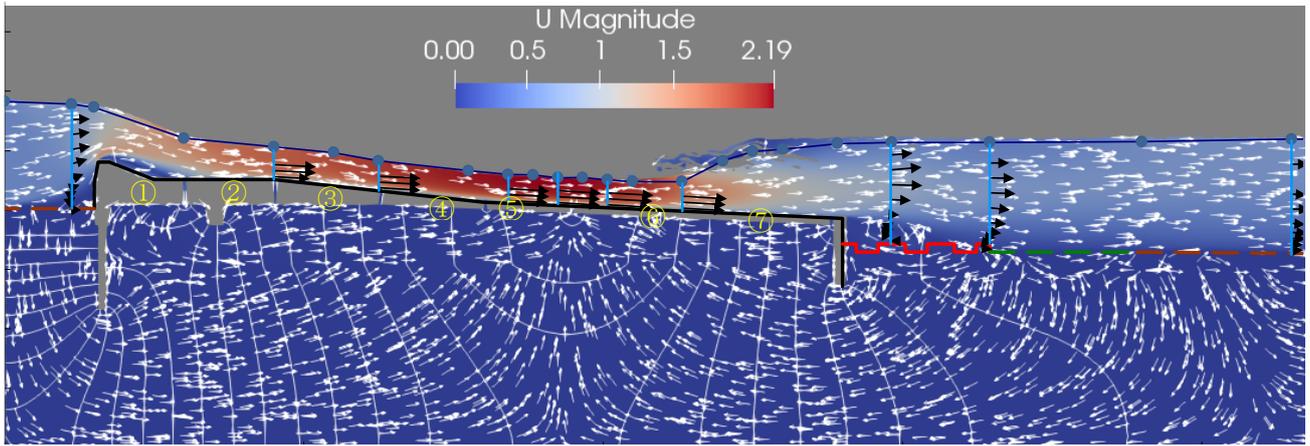
図-3(c)は(b)の各透水ゾーンを全て砂に変更して得られた計算結果である。堰下の等ポテンシャル線分布は(b)から大きく変わり，元20mm割栗石ゾーンの動水勾配が大きくなっている。

図-3から得る知見として，浸透流相似の前提条件は，まず，河川構造物幾何形状の相似である。外形が相似していても，僅かな隙間があると水と圧力が

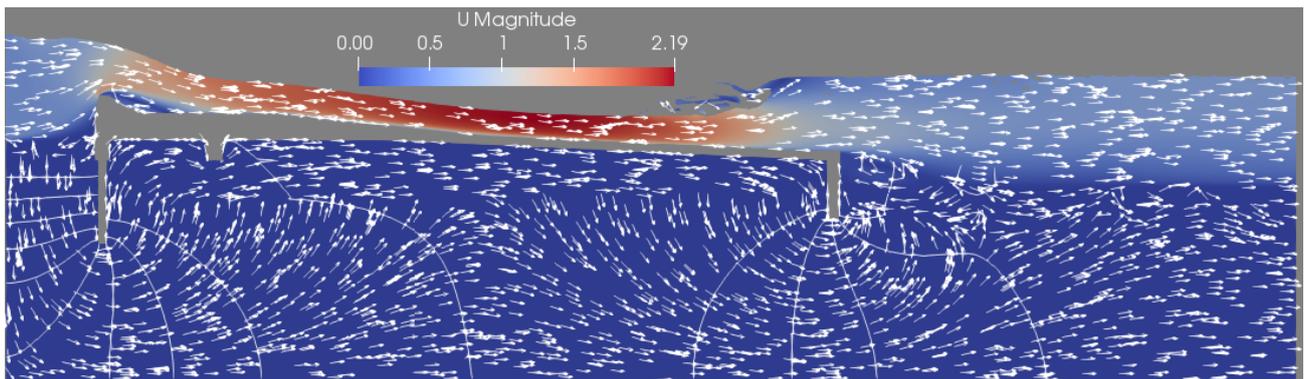
漏れて河川流にほぼ影響を及ぼさないものの，浸透流が劇的に変わる。次に，複数透水ゾーンが存在すると，透水係数の相対的大きさによって動水勾配が大きく変わる。

図-4に河川と浸透流の同時相似に関して複数の数値実験から得たpoint1～7の間隙圧力を示す。point1～7はブロック①～⑦のほぼ真ん中直下の位置であり，その座標値はここで省略する。見やすくするためにマーカーを通る線も描いたが，線に特に意味はない。破線は図-3(b)の実物スケールに対する計算で，透水係数は模型の $\sqrt{10}$ 倍であり，相似に必要なとされる理論的倍率の値である。◇は模型である図-3(b)の計算値を縮尺1/10で割った値（模型から得た実物の値）である。+と□はそれぞれ図-3(b)の透水係数を0.5倍と2倍にして計算された結果である。重なって見にくいほど，◇+□は実物の破線と高度に一致している。よって，模型の透水係数は理論的な縮尺（◇）に従わなくても，ゾーン間透水係数比を実物と合わせれば（+□）相似性のある圧力が得られるということが数値実験で検証されたことになる。

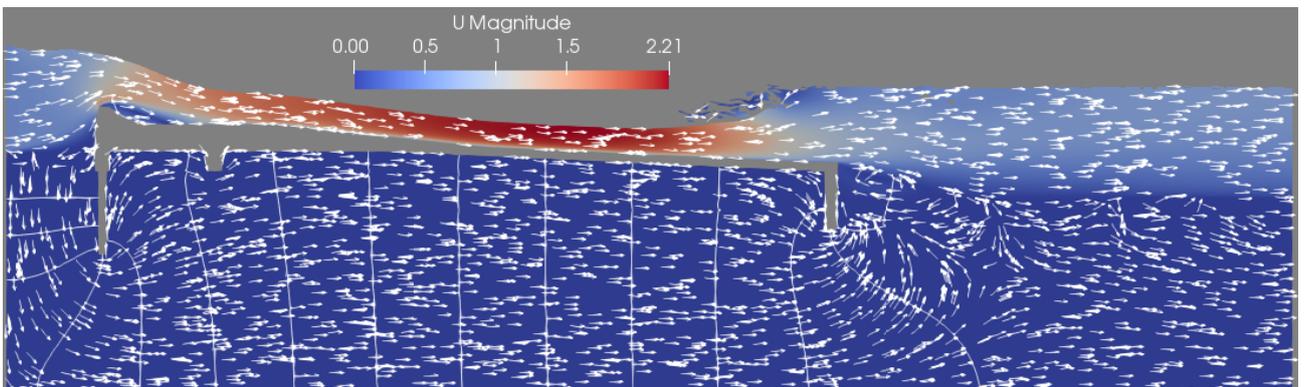
図-4の○と×はゾーン間透水係数比が間隙圧力の相似性に及ぼす影響を比べている。○は堰直下の割栗石と砂の透水係数比 k_2/k_1 が10:1の場合（ k_0, k_3, k_4 と k_1 の比は正しく維持）に得られる圧力である。割栗石の透水係数が相対的に小さくなった結果，圧力



(a) ブロック構造の堰, $k_2/k_1=321$



(b) 一体構造の堰, $k_2/k_1=321$



(c) 一体構造の堰, $k_2/k_1=1$

図-3 ブロック構造・一体構造・ゾーン間透水係数比の浸透流に及ぼす影響 (流速単位[m/s], 等ポテンシャル間隔 0.01m)

は全般的に高くなっており、目視からpoint1でずれが最も大きい。このずれを数値として出すと2%である。このケースに限って、割栗石と砂の透水係数比を321:1から10:1に変えても圧力のずれは最大2%程度出ると言える。あらゆる場所の圧力を比べていないこと、いろんな河川構造物の透水ゾーンの配置を検討していないことから、どの程度の透水係数のずれでどの程度の圧力のずれを誘発するかは、まだはっきり言えないが、この結果は一つの目安になる。×は、割栗石と砂の透水係数比 k_2/k_1 が1:1の場合(k_0, k_3, k_4 と k_1 の比は正しく維持)に得られた計算値である。さすがにずれが大きく相似性があるとは

いえない。ここで気になるのは、10:1の○は全体的に圧力が高めに出るが、1:1の×は圧力が低めに出る場所もある(point7)。透水係数比 k_2/k_1 を321:1から10:1に変えた場合、割栗石は抵抗がまだ砂に対して十分大きく支配的であったが、1:1にしたとたん、割栗石ゾーンの支配的地位が失われ、圧力や流れの相似性が完全に失われたと考えられる。割栗石ゾーンの透水係数が相対的に小さければ常にあらゆる場所で圧力は高くなるとは限らないことに留意する必要がある。

4. 乱流での河川流と浸透流の相似について

数値モデルは自由水面を扱うVOFモデルに浸透流のダルシーフォルヒハイマー則を導入して自由水面のある河川流と浸透流を同時に高精度に計算する手法を用いる。基礎方程式は以下のように示される。

流体分率 α の移流方程式

$$\frac{\partial \alpha}{\partial t} + \nabla \cdot (\alpha \vec{U}) = 0 \quad (1)$$

運動方程式

$$D(\rho \vec{U})Dt = -\nabla p + \rho g + \nabla \cdot (\mu_e \nabla \vec{U}) - \left(\frac{\gamma \rho g}{k} \vec{U} + \frac{\gamma^2 F}{2} \rho |\vec{U}^*| \vec{U}^* \right) \quad (2)$$

ここで、 D/Dt は実質微分、 ρ は密度、 p は圧力、 \vec{U} は流速、 g は重力加速度、 γ は間隙率、 k は透水係数、 F はフォルヒハイマー係数、 μ_e は有効粘性係数(粘性係数 μ と渦粘性係数 μ_t の和)である。代表長さを L 、代表流速を U として次のように

$$\vec{x} = L \vec{x}^*, \quad \vec{U} = U \vec{U}^*, \quad t = \frac{L}{U} t^*, \quad p = \rho U^2 p^*,$$

$$\nabla = \frac{1}{L} \nabla^*, \quad k = U k^*, \quad \tilde{p} = p - \rho \vec{g} \cdot \vec{r}$$

と置いて (\vec{r} は位置ベクトル)、粘性項 (レイノルズ数項) を無視すれば、無次元化された浸透流の運動方程式(2)は以下のように得られる。

$$\frac{D(\rho \vec{U}^*)}{Dt^*} = -\rho \nabla^* \tilde{p}^* - \left(\frac{1}{F_r^2} \frac{\gamma \rho}{k^*} \vec{U}^* + \frac{\gamma^2 F L}{2} \rho |\vec{U}^*| \vec{U}^* \right) \quad (3)$$

式(3)から、密度 ρ と間隙率 γ が変わらなければ、フルード数 F_r と FL 数 (F はフォルヒハイマー係数、 L は代表長さ) を模型実験と実物の間で合わせれば、乱流と層流をカバーした浸透流相似が得られることがわかる。

5. 一次元浸透流による相似条件の検討と確認

ここで一次元のパイプ浸透流を想定し、高透水性多孔質体中の非ダルシー流れに関する下記のダルシーフォルヒハイマー式を使って解析する。

$$-\frac{\Delta h}{\Delta x} = a u_F + b u_F^2 \quad (4)$$

式(4)は式(2)の右端の項と形は異なるが、1次元の浸透流に適している。なお $\gamma U = u_F$ 、 $k = 1/a$ 、 $F = 2gb$ である。

模型は図-5 のような、パイプを通る浸透流を考える。パイプの長さは 2m、左半分は砂、右半分は砂利とする。砂は $a=345\text{s/m}$ 、 $b=3345\text{s}^2/\text{m}^2$ 、砂利は $a=3\text{s/m}$ と $b=334\text{s}^2/\text{m}^2$ とする。次に相似条件に従い、サイズ 10 倍になった実物を考える。理論的な相似条件に従っていれば以下の関係が成立すべきである。

$$u_{Fp} = u_{Fm} N^{\frac{1}{2}}, \quad H_p = H_m N \quad (5)$$

ここで H は水頭、 N は 1/長さの縮尺、サフィックス文字 m は模型、 p は実物を表す。

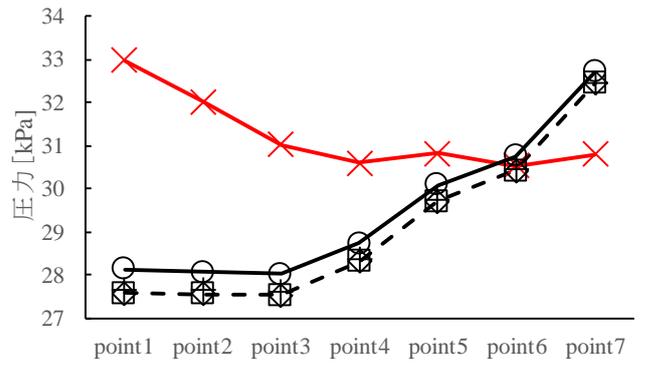


図-4 ゾーン間透水係数比と圧力相似の関係 (km と kp はそれぞれ模型と実物の透水係数)

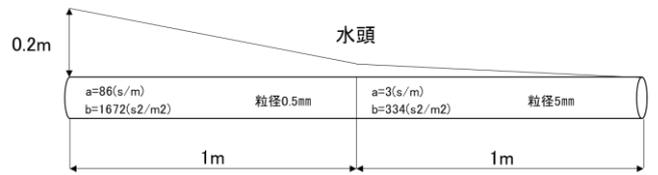


図-5 一次元のパイプ浸透流

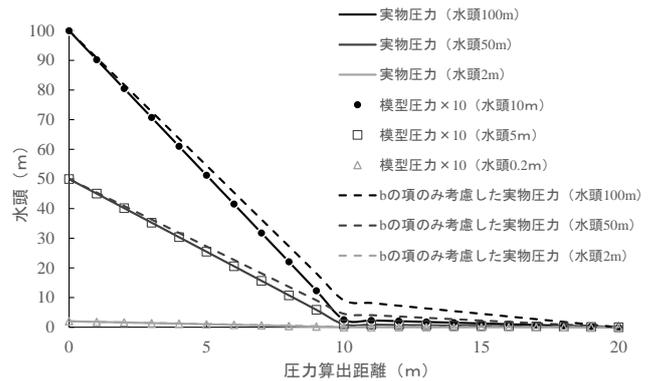


図-6 模型圧力×10と実物圧力の比較

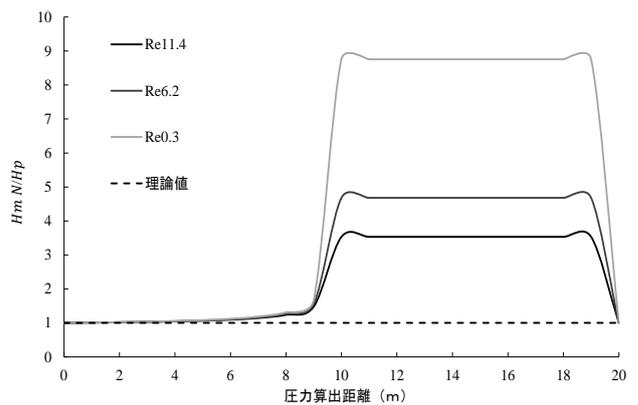


図-7 $H_m N / H_p$

(Re は模型の砂粒径 D に基づく)

4. 乱流状態での結果と考察

図-6の実線とマーカーは理論的相似条件の関係にあるモデルと実物の圧力を比較したものである。図-6に示されている通り、圧力は式(5)の相似関係にあるのを確認できた。浸透流速も相似関係が確認できたが図は省略する。実際に目標値の a 、 b を有する材料を配合することは不可能である。理論的な相似条件は現実的ではない。

次に現実的な方法を検討する。浸透流のレイノルズ数は、 $Re = \rho U_F D / \mu$ (D は粒径)は定義され、 Re が10程度になると式(4)の b を含む乱流項が全体の占める割合が10%程度になる²⁾。 Re が増大すると乱流項の占める割合が指数的に増加する。 Re が高ければ FL 数による相似が近似的に成立すると考えられる。この場合、 b だけを考慮して透水材を配合することになる。図-7の破線と実線は Re の異なる実物とモデルの圧力の倍数を検証したものである。この場合モデルと実物の FL 数が一致するが、モデルは a を考慮し、実物は a を0として扱った。ちなみにモデルも a を0として扱えば完璧な相似が得られる。

図3は式(5)を変形して $H_m N / H_p$ を縦軸としプロットしたものである。 FL 数だけによる相似方法は図2に示したように、圧力水頭のずれは小さく見えるが図3では砂利の区間では Re が大きいほど理論値(完全相似は1)からのずれが小さくなる。砂利区間で H_p の値は小さくわずかなずれでも、 $H_m N / H_p$ は大きくなる。図2では砂と砂利の境界でずれがもっとも大きい100、50mという水頭はそもそも現実離れた水頭である。現実的な2mの水頭では最も大きいずれは0.16mであった。この時のモデルの Re は0.28(砂粒径 D)、2.84(砂利粒径 D)である。

5. まとめ

- 1) 透水係数の異なる複数透水ゾーンの存在が一般的であるが、浸透流相似を持たせる透水係数は理論的縮尺(速度縮尺)にしなくとも、ゾーン間透水係数の比率を維持すれば高精度の圧力相似性が得られる。比率に多少の乖離があっても相似性は大きく損なわれない。
- 2) 構造物直下の割栗石とその下の砂地盤との透水係数比率を相対的に小さくすると一般的に揚圧を上げることになる。しかし、極端に比率を小さくすると相似性が崩れ、場所によっては揚圧

が下がることもあり得る。

- 3) 非ダルシー高速乱流における河川流と浸透流の必要な理論的条件を誘導した。河川流の Fr 相似の下、モデルは透水係数を流速の縮尺に合わせて縮小し、 FL 数が実物と一致するようにすることで河川流と浸透流の同時相似は得られる。一次元のマルチ透水ゾーンの浸透流解析によって理論的な条件を確認した。
- 4) 理論的な条件は材料の透水係数 k とフォルヒハイマー係数 F の両方を合わせる必要があり、非現実的であるが Re が高ければ、浸透流の乱流項が支配的になり、 FL 数だけを合わせることで現実的な相似則になりうることを一次元浸透流解析で示した。

参考文献

- 1) 吉田昭治：飽和浸透流の相似律と模型実験則について、農業土木研究別冊第5号、pp.1-9、1963。
- 2) 沢田敏男：浸透水の流動に関する研究、農業土木研究、第21巻、6号、pp.360-368、1954。
- 3) 山本陽子、中村良二、福島雅紀：流体力に護床工ブロックの破壊限界に関する実験的検討、河川技術論文集、第25巻、pp.469-474、2019。
- 4) 下津隆介、山本陽子、福島雅紀：河床低下を考慮した護床工ブロックの破壊限界評価に向けた検討、河川技術論文集、第26巻、pp.425-430、2020。
- 5) 楊宏選、福元豊、細山田得三、大塚悟：落差床止め工の流れ場および安定性について、土木学会論文集 A2(応用力学)、第75巻、2号、pp.I_519-I_530、2019。
- 6) 楊宏選、福元豊、細山田得三、大塚悟：水・地盤連成解析手法による落差工周辺の河床構造物の安定性評価、土木学会論文集B1(水工学)、第74巻、5号、I_655-I_660、2018。
- 7) 楊宏選、福元豊、細山田得三、大塚悟：浸透流を含む河川の水利模型実験の相似性について、土木学会論文集 A2、Vol.76、No.2、pp.I_411-I_422、2020。
- 8) 河川横断構造物周辺の急変流に関する水利実験業務報告書、建設技術研究所、8月、2019。
- 9) 吉岡真弓、登坂博行：高透水性多孔質体中の非ダルシー流れに関する考察、地下水学会誌、52巻3号、pp.275-284、2010。