

修士論文審査会

3次元非線形長波方程式の特徴とその妥当性に関する研究

環境社会基盤工学専攻水圏防災工学研究室2年 NGUYEN HONG DAI
指導教授 細山田 得三, 犬飼 直之, 楊 宏選

1. 研究の背景・目的

流体の計算として粒子法, VOF 法, 格子ボルツマン法, ナビエ・ストークス方程式直接計算法など, 様々な計算が提案されている中, 長波(浅水)方程式系の計算方法は古典的な計算方法であり, 建設工学の分野では広く用いられている. 長波方程式系の計算方法は計算負荷が比較的小さいという長所があるほか, 常に明確な水面が定義されることから, 広域・長期にわたる海域を解析する手法としては長波方程式系を用いるのが一般的である. 長波方程式系の計算は有限体積法, 有限要素法, 有限差分法などの解法にも対応している. それにくわえて, 1次元, 2次元, 3次元において展開されており, 1次元, 2次元においては最も有効な計算方法であり, 洪水氾濫, 河川流, 津波, 潮汐, 高潮に用いられてきたが, 3次元に展開される計算方法を用いる実績が少ない. 平成 29 年 7 月九州北部で豪雨が発生し, 被害を拡大した原因の一つは流木だと考えられている. 大雨で倒された流木が橋に引っ掛かり, 川の水をせきとめ, 川の両側に氾濫することが現場で目視された. この現象を数値解析するには 3次元流体の計算が必要である. 本研究では, モデル化した流木の影響を受けた洪水氾濫の数値モデルを構築した. さらにその計算法の適用性を明らかにする.



図-1 福岡県朝倉市の災害現場(平成 29 年7月6日午後)

2. 数値計算手法

(1) 基礎方程式

本研究はナビエ・ストークス方程式を長波近似した結果を用い, 数値計算を行う.

連続式

$$\nabla \cdot \mathbf{V} = 0 \quad (1)$$

ナビエ・ストークス方程式

$$\frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + (\mathbf{V} \cdot \nabla) \mathbf{V} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \nu_t \Delta \mathbf{V} \quad (2)$$

連続式とナビエ・ストークス方程式を長波近似した結果は以下の式になる.

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial m}{\partial x} + \frac{\partial n}{\partial y} = 0, \quad m = \int_{-b}^{\eta} u dz, \quad n = \int_{-b}^{\eta} v dz$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu_t \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu_t \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right)$$

$$p = \rho g (\eta - z)$$

ここに, η : 水位, u, v, w : それぞれ x, y, z 方向の流速, p : 圧力, ν_t : 渦動粘性係数である.

(2) 段波の伝播速度

段波とは水位の高さが異なる非連続の段のような差が生じ, 段の低い側へなだれ込むようにして水が押し寄せる現象である.

運動量則と質量保存則を用い, 段波の伝播速度を以下のように導出した.

$$v_w = v_1 \pm \sqrt{\frac{g \cos \theta}{2} \frac{h_2}{h_1} (h_2 + h_1)} = v_2 \pm \sqrt{\frac{g \cos \theta}{2} \frac{h_1}{h_2} (h_1 + h_2)} \quad (3)$$

勾配がないときには式(3)が以下の式(4)に変形する.

$$v_w = v_1 \pm \sqrt{g \bar{h} \frac{h_2}{h_1}} = v_2 \pm \sqrt{g \bar{h} \frac{h_1}{h_2}} \quad (4)$$

v_1 : 段波通過後の流速; v_2 : 段波通過前の流速

h_1 : 段波通過後の水深; h_0 : 段波通過前の水深

$$\bar{h} = \frac{h_1 + h_0}{2}$$

3. 長波方程式手法の妥当性の検討

(1) 段波現象の鉛直2次元計算と理論式の比較

表-1 計算の条件

表-2 計算の結果と理論値

Case	線流量	h2	h1	解析 v_w	理論 v_w
	m ² /s	m	m	m/s	m/s
A-1	2.50	3.000	3.350	5.800	5.894
A-2	5.00	3.000	3.810	6.100	6.510
A-3	15.00	3.000	5.090	7.200	8.201
A-4	25.00	3.000	6.160	7.900	9.600
B-1	2.50	5.000	5.280	7.300	7.293
B-2	5.00	5.000	5.670	7.600	7.700
B-3	15.00	5.000	6.810	8.300	8.878
B-4	25.00	5.000	7.820	8.800	9.912
C-1	2.50	7.000	7.240	8.600	8.495
C-2	5.00	7.000	7.580	8.700	8.796
C-3	15.00	7.000	8.620	9.300	9.708
C-4	25.00	7.000	9.570	9.800	10.536

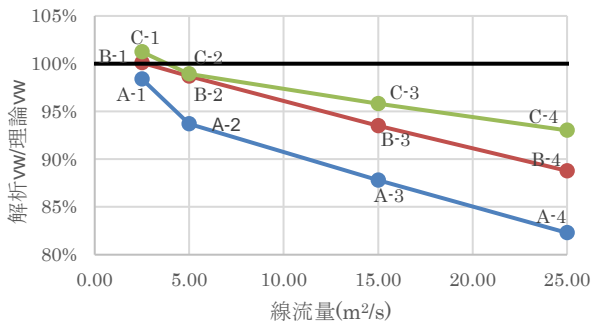


図-2 伝播速度の解析値と理論の比較

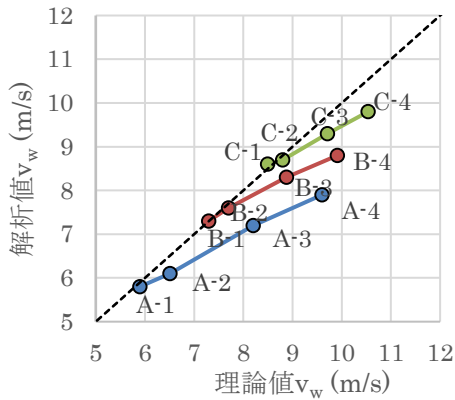


図-3 伝播速度の解析値と理論の比較

解析から求められる段波の伝播速度と理論式から求められる結果と比較する。図-2によると、解析値と理論値の比率は82%から101%までである。すなわち、最大の誤差は18%である。図-2を見ると、線流量が大きいくほど、解析値が理論値より遅くなると見られる。原因としては数値モデルでは全領域で格子に割り、格子は水か空気か固体かに決められる。しかし、水と空気の境界で水と空気の両方が入っている格子がある。この場合は水が半分以下なら、全部空気だとみなす。実際にある水がないとみなすので運動量が損失し、段波の伝播速度が遅くなると考えられる。

(2) 流体運動の解析結果と実験結果の比較

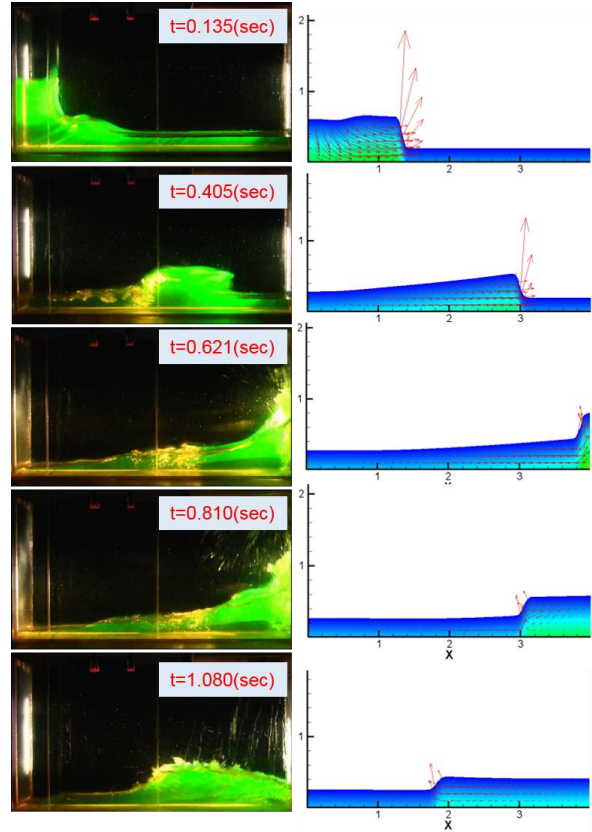
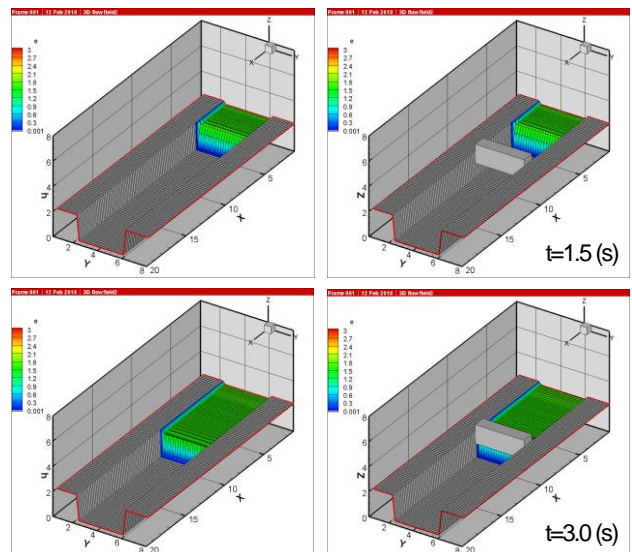


図-4 流体運動の解析結果と実験結果

図4を見ると、実験のように解析結果には水が右へ移動し、壁にぶつかるときに水が鉛直方向に高く飛び込むことが見られる。また時刻 $t=0.810(\text{sec})$ から $t=1.080(\text{sec})$ まで水が左へ伝わり、壁にぶつかったら、上に飛び込むことが見える。

この結果から、数値モデルはほとんど重要な部分が再現できたことが確認した。

4. 流木を考慮した3次元洪水氾濫の計算



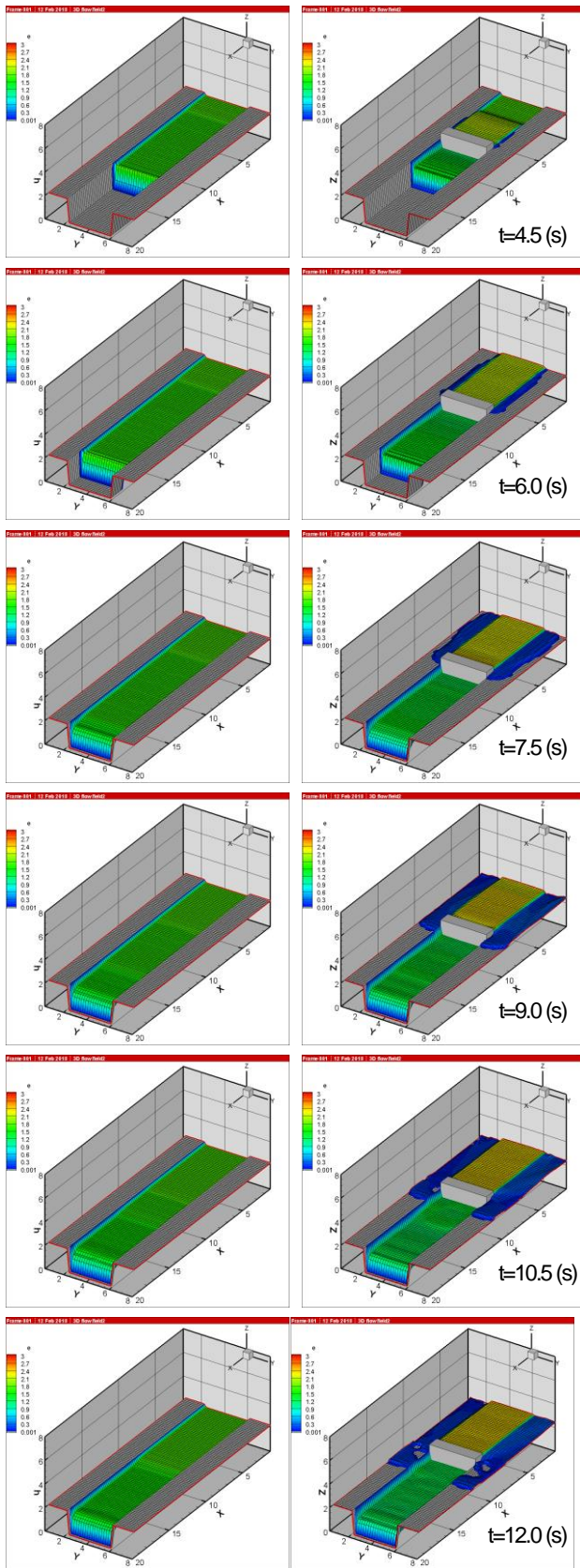


図-5 水深 (m) の時系列 (時間差 : 1.5秒)

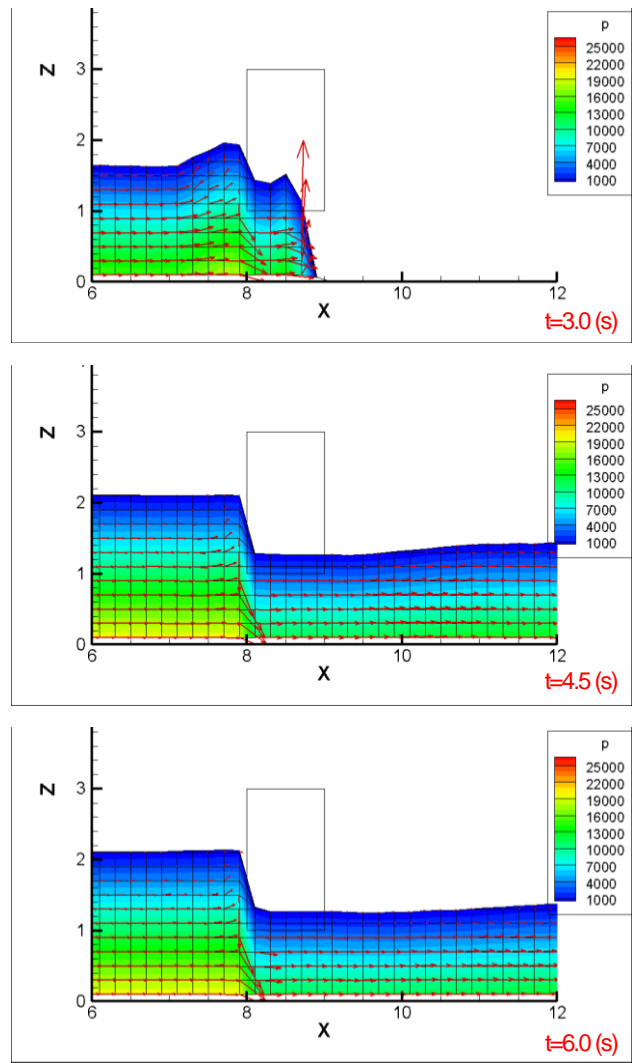


図-6 障害物がある場合の流速ベクトル (m/s)

図-5 より、障害物が設置していない場合は時刻 $t=0(s)$ から時刻 $t=7.5(s)$ までは水が上流から下流に流れ、 $t=7.5(s)$ から $t=12(s)$ までは水深が安定になり、定常流になることが分かる。また、障害物が設置している場合は時刻 $t=4.5(s)$ のときに流れが障害物に引っ掛かり、障害物の後ろに水位が上がり、川の両側に溢れ始めることが分かる。

障害物のある場合の流速ベクトルを図-6 に示す。図-6 により、水が障害物にぶつくと、障害物の直後の水位が上がり、上流側に伝わる事が分かる。原因としては障害物の外側の平面方向の流速がゼロと設定しているので、連続式より水が障害物の外側に移動し、上向き鉛直方向にしか移動しない。水が上向き鉛直方向に移動するので、水位が上がり、その点の圧力も増加する。平面方向の二つの点の圧力が異なると、水が低い圧力のほうに移動するので、上流側に水位が段々上がる。また、図-6 を見ると、障害物の後ろの底面の近くに流速が周辺の流速より大きいことが分かる。原因としては水位が急に下がることで、圧力の差が大きくなるので、流速が増加する。また、図-6 を見ると、障害物の下に水位が障害物

の底の高さより高い、すなわち水が障害物の中に浸入することが見られる。この違いは解析対象が開水路であるという前提で数値モデルを構築するので、障害物に対して平面方向の流速の発生を止めるが、鉛直方向の流速の発生が止めないという取り扱いのためである。今回の結果には障害物に侵入する水の量が大きくないので、誤差が大きくなると考えられる。

5. 結論と課題

本研究により以下の知見を得るに至った。

段波の解析により、解析結果より段波の伝播速度が理論の段波の伝播速度が遅いので、解析を行うとき、誤差へ考慮すべきことが分かる。

段波での解析および流体運動の解析によりある程度の妥当性を得ることができた。

長波方程式による流木のある3次元洪水氾濫の計算が

可能であることが確認された。

今後更に研究を進めていく上の課題を述べる。

流木のある洪水氾濫の計算がモデル地形でできるが、今後、実際の地形データを用い、解析を行う必要がある。また、本研究では簡単な形のブロックを流木と仮定したが、今後は実際に流木をより合う障害物を設定する必要がある。

参考文献

- 1) 河村哲也：流体解析 I, p49.
- 2) 宮本仁志, 門田 朗, 森本皓一：開水路を伝播する段波における底面摩擦抵抗に関する実験と解析, 土木学会応用力学論文集 Vol.13, pp.781-788.
- 3) 国土交通省：河川砂防技術基準 調査編, 第 5 章 河川における洪水流の水理解析, p14.
- 4) 水理公式集昭和 46 年改訂：土木学会, p254.
- 5) 9月13日大分合同新聞朝刊 p19.