水際の取り扱い方が津波や氾濫シミュレーションに与える影響について
---浅水流方程式の適用に際して---

長岡技術科学大学　水文気象研究室　岡田　尚也

指導教員　陸　旻皎，楊　宏選

1. **はじめに**

現在，津波や洪水氾濫の数値ミュレーションにおいて，最も用いられている基礎方程式は平面二次元浅水流方程式である．一次元の浅水流方程式は以下のようになる．

連続方程式 $$\frac{\partial h}{\partial t}+\frac{\partial M}{\partial x}=0 \quad (1)$$

運動方程式 $$\frac{\partial M}{\partial t}+\frac{\partial (uM)}{\partial x}=-gh\frac{\partial (z_0+h)}{\partial x} \quad (2)$$

式(2)のもう一つの形：

$$\frac{\partial u}{\partial t}+u\frac{\partial u}{\partial x}=-g\frac{\partial (z_0+h)}{\partial x} \quad (3)$$

ここで g は重力加速度，t は時間，z_0は地盤高，h は水深,u と v はそれぞれ x と y 方向の平均流速，M は x 方向の線流量，M=hu である．

一般的に,浅水流方程式は連続水域で適用される．しかし,氾濫流先端は不連続であり微分が不可能で,浅水流方程式の適用範囲ではない．先端条件次第で計算結果は大きく異なるが，実験や観測データの制約もあって精度の高い検証がしにくい．

本研究は解析解のわかる理想流体の一次元ダムブレーク問題で，現存するいくつかの先端条件でそれぞれ数値計算をして,各先端条件の優劣を検討する．

2. **理想流体の一次元ダム崩壊の解析解**

図－1 のように，水平面上に初期水深 H となる理想流体のダムブレーク問題を考える．ダムを瞬間的に撤去してから，水面の先端が速度 $2C_0$で前方へ，ダム後部水面は速度 C_0で後方へ進み，破堤時間 t における水深 h と平均流速 u は以下のようになる．

$$h=\left(\frac{2}{3}-\frac{x}{3tC_0}\right)^2 H,\quad u=\frac{2}{3}C_0+\frac{2x}{3t} \quad (4)$$

なお，$C_0=\sqrt{gH}$ である．

3. **検証される先端条件**

先端条件 A：図-2 でドライベッド側水深 h_{i+1} をゼロとみなして式(3)をそのまま数値微分する．最もよく用いられる方法である．

先端条件 B：越流公式や段落ち公式を用いる方法．(張馳ら，2004)．

$$M=Ch_i\sqrt{2gh_i} \quad (5)$$

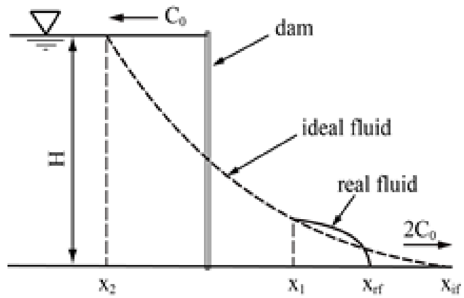
ここで C は越流係数である．

先端条件 C：slip 条件（川崎ら，2006)．A の方法で u_i を計算したのち，$u_{i+1}=u_i$ とする方法.

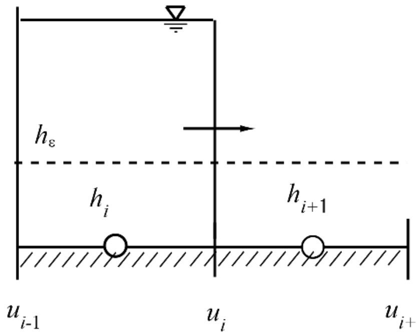
先端条件 D：式(3)の移流フェーズと圧力フェーズの二段階に分離して，圧力フェーズを越流公式で対応する方法（楊ら，2016)．

$$\frac{\partial u}{\partial t}+u\frac{\partial u}{\partial x}=0,\quad \frac{\partial u}{\partial t}=-g\frac{\partial (z_0+h)}{\partial x} \quad (6)$$

保存形（h,M）タイプ式(2)を用いる：ドライベッド側水深 h_{i+1} をゼロとみなして式(2)をそのまま数値微分する．



図－1　一次元ダムブレークの水面形略図



図－2　氾濫流先端メッシュ

4. **計算結果と考察**

図-1 のように，長さ 100m，初期水深 H=1m の理想流体の一次元ダムブレーク問題の数値計算を行った．

結果は，先端条件 A，B(図-3，図-4)は，メッシュサイズを小さくしても結果は，理論解にあまり近づかなかった．先端条件 C，D(図-5，図-6)は，メッシュサイズを小さくすると,極めて理論解に近づいた．極めて良好な結果が得られた．保存形（h,M）タイプ(図-7)は，メッシュサイズを変えてもあまり結果は変わらなかった．

先端条件 A は，水の不連続箇所や先端位置を検出する必要がなく，極めて便利である．しかし，圧力勾配 ∂h/∂x はメッシュサイズによって大きく変わ

る欠点がある.

先端条件 B は，不連続な圧力を無理矢理に数値微分しないので，メッシュサイズに依存する欠点がない．しかし，水深のみで流量（流速）が求められるために，水塊の持っている移流速度が失われ，結果として流速が非常に小さくなる欠点がある.

先端条件 C は，不連続個所を強制的に数値微分している従来方法の短所を有するが，理論解に一致する．u_{i+1} は，本来水深 $h_i<h_\varepsilon$ ため＝0 となる.

先端条件 D は，流速が速く水深の浅い水塊を先端条件 A で処理すると先端流速を過小評価する欠点を補える．しかし，移流と越流の速度を単純に足しているので本来の流速よりも速くなってしまっている．したがって，流速の過大評価となる欠点がある.

保存形（h,M） タイプは，結果は良好だが，数値発散が起きてしまうためにメッシュサイズを 1m と 0.5m を利用している．メッシュサイズが小さければ小さいほど早い段階で発散が起きてしまう.

5. まとめ

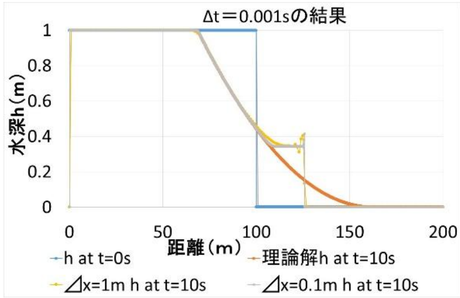
先端条件 A,B の 2 条件は，メッシュサイズを小さくすることによって変化は，得られたが理論曲線に近づかなかった．先端条件 C，D の 2 条件では，メッシュサイズを小さくすることによって極めて理論曲線に近づいた．これは，差分法のあるべき姿である．h,M タイプの方法は計算途中で，数値発散が起きた．Slip 条件による方法，移流と越流を分離する方法の 2 条件では，比較的に理想流体の一次元ダムブレーク問題で適切と思われる.

参考文献

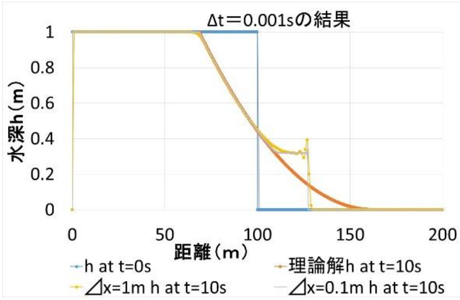
・楊宏選，陸旻皎，熊倉俊郎：浅水流方程式の先端の扱いに関する研究，水工学論文集，第 60 巻，2016

・川崎浩司，小野稔和，Napapor　Piamsa-Nga，熱田浩史，中辻啓二：CIP 法と SMAC 法に基づく平面二次元氾濫流モデルの構築，水工学論文集，第 48 巻，pp. 565-570，2004

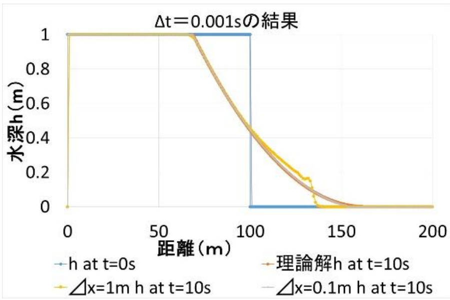
・張　馳，岩堀康希，阿部真郎，登坂博行：急勾配地形を有する場における洪水氾濫の数値解析，水工学論文集，第 48 巻，pp. 625-630，2004



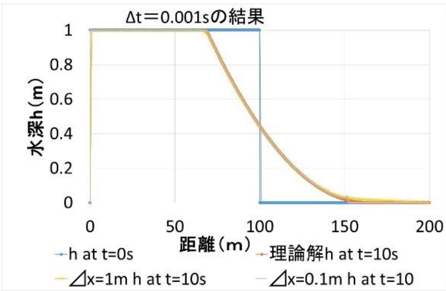
図－3 先端条件 A



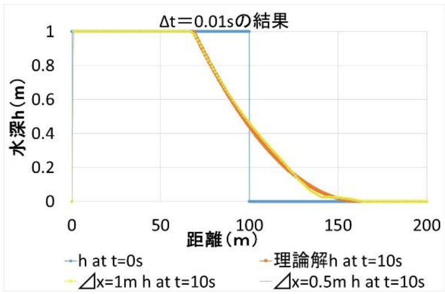
図－4 先端条件 B



図－5 先端条件 C



図－6 先端条件 D



図－7 保存形（h,M）タイプ