

# Hydrus 1D 数値解に基づく三つの浸透式のパラメータの推定に関する研究

長岡技術科学大学 TSEDEVORJ SARANTUYA

指導教員 陸 旻皎

## 1. 研究の背景と目的

農業での水の供給と建築作業での地質を調べる為には、水文学に関する降雨の浸透や地下水、蒸発など流域における水循環過程には土壌浸透を把握することはとても重要である。

一般的に Richards 式を用いることで土壌浸透を表現出来ると考えられている。Richards 式を数值的に解くアメリカで開発された水の浸透計算ソフト HYDRUS シリーズを用いて土壌への水の浸透を計算しています。正確性や汎用性がある一方、使い方が難しく、全コマンドが英語で書かれており、初心者が使いこなせないのが現状です。本研究は、この問題を解決するためである。

土壌を大きく分類すると、Sand、Loamy sand、Sandy loam、Loam、Clay などの 12 種類があり、これらの厚さ、性質、浸透率もすべて異なる。また、同じ性質の土であっても、土の中に含む水分量が異なると、浸透する水の様子は大きく異なる。以前の研究では (Hsu, 2002)、均一体積含水率状態での浸透に関する研究が多く実施されていたが静水平衡状態での浸透実験は少ない。

そこで静水平衡状態での12種類の土壌がどのように浸透するかを水分移動解析ソフトHydrus1Dで計算する。算出された数値解を用いて、Richards 式に基づいている三つの浸透式のパラメータを推定し、三つの浸透式を評価する事が本研究の最終目的である。

## 2. 研究手法

バッキンガム-ダルシーのフラックス則を水保存則に代入すると、鉛直一次元非定常水分流れの Richards 式を得られる。Richards 式は非定常流れ

の水分量とマトリックポテンシャルを予測する式である。

$$\text{Richards 式 } \frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left[ K(\psi) \times \left( \frac{\partial \psi}{\partial z} + 1 \right) \right] \quad (1)$$

ここで  $\theta$  は 土壌中の体積含水率,  $K(\psi)$ : は不飽和透水係数,  $\psi$ : 土壌中のマトリックポテンシャル,  $z$ : 土の深さである。

Richards 式に基づいている浸透式はたくさんある。その中から一番広く使われている、Horton, Philip, Green-Ampt という実験、または半実験のデータに基づいた三つの浸透式を用いている。Horton 式は浸透能の経験式であり、Philip と Green-Ampt 式は浸透能の理論的な式である。下記に、三つの式のパラメータを推定した。推定には最適化分析(Excel-solver)を用いた。

Horton (1933) により提案された経験式です。浸透実験の実際のデータに基づいて作られた式で、その使いやすさから、従来的に良く使われていた。この式を積分する事で積算浸透量が得られる。

$$\text{Horton 式 } f(t) = f_c + (f_0 - f_c)e^{-kt} \quad (2)$$

ここで  $f$  は浸透率、 $f_0$  は初期浸入能、 $f_c$  は最終浸入能、 $k$  は経験定数、 $t$  は時間である。

Philip (1957) は現場での重要な問題に対して、水分移動式を厳密に解く数値的な手法を考案した。Philip は Richards 式の解に基づく鉛直浸透の数学的な理論を詳細に示した物理的な浸透モデルである。

$$\text{Philip 式 } f(t) = \frac{1}{2} S(t - t_0)^{-1/2} + k_s \quad (3)$$

ここで  $f$  は浸透率、 $S$  は吸水度 (Sorptivity)、 $t$  は時間、 $t_0$  は人工的なタイム-シフト、 $k_s$  は飽和透水係数である。

GreenとAmpt (1911) により提案された古典的なモデルとして広く知られている。Green-Ampt 式の計算結果は物理的に近似であり、数学的に正確である。下式を微分する事で浸透率が得られる。

$$\text{Green-Ampt 式 } F(t) = \sqrt{2k_s \Delta\psi \Delta\theta t^{1/2}} + k_s t \quad (4)$$

ここで F は積算浸潤水量、 $k_s$  は飽和透水係数、 $\Delta\psi$  はマトリックポテンシャル偏差、 $\Delta\theta$  は体積含水率の偏差、t は時間である。

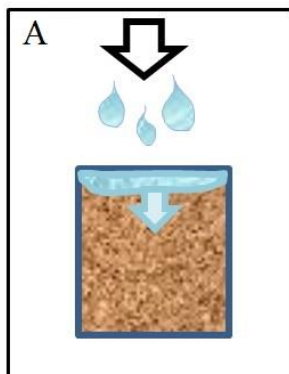


図 1. 均一体積含水率状態

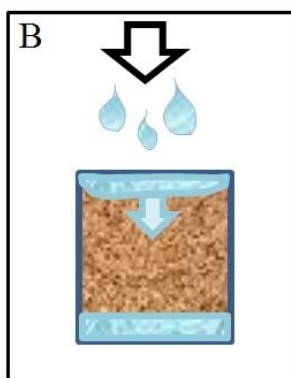


図 2. 静水平衡状態

### 3. パラメータを推定するための計算

まずは、均一体積含水率状態と静水平衡状態の浸透に関する比較の数値計算を行った。均一体積含水率状態とは、土中に水分が一定の条件で (図 1)、静水平衡状態とは土壌が水で飽和して、下に地下水面がある状態 (図 2) をいう。

本研究では、自然な条件で地下水がある時に土壌浸透はどのように行われているか、地下水面が浅い時と深い時に浸透率曲線がどのように変化するかを確認している。計算ソフトには Richard 式に基づき飽和、不飽和土壌の浸透過程の計算、蒸発過程の計算、蒸発特性による水分移動特性などを調べることができる Hydrus1D を用いた。Richards 式を数値的に解くこのプログラムの計算の信頼性や汎用性の高さから、欧米を中心に、教育、研究の場面広く用いられています。

計算条件は：12 種類の土壌を用いて、地下水面 1m の土壌に 10 時間続けて 700mm の雨が降ったとする。700mm の大雨を降ったと考えている理由は Philip 式から見ると  $t_0$  (人工的なタイム-シフト) があり、これを無視するためである。今の条件と比較するために地下水面が 5m と 10m であると考えて三つの条件で計算した。Hydrus1D からの数値解を用いて三つの浸透式 Horton 式、Philip 式、Green-Ampt のパラメータ推定を行った。計算結果は図 3-5 と表 2 になる。浸透曲線から見ると Horton 式より Philip 式と Green-Ampt 式が良く似ているのが分かります。

表 1. 各土壌タイプのパラメータ

Soil type	$\theta_r$ [-]	$\theta_s$ [-]	$\alpha$ [1/cm]	$K_s$ [cm/h]
Sand	0.045	0.43	0.145	29.7
Loamy sand	0.057	0.41	0.124	14.5917
Sandy loam	0.065	0.41	0.075	4.42083
Loam	0.078	0.43	0.036	1.04
Silt	0.034	0.46	0.016	0.25
Silt loam	0.067	0.45	0.020	0.45
Sandy clay loam	0.100	0.39	0.059	1.31
Clay loam	0.095	0.41	0.019	0.26
Silty clay loam	0.089	0.43	0.010	0.07
Sandy clay	0.100	0.38	0.027	0.12
Silty clay	0.070	0.36	0.005	0.02
Clay	0.068	0.38	0.008	0.2

表 2. Horton, Philip, Green-Ampt パラメータ推定された数値(500cm)

Soil type	Horton's parameters				Philip's parameters			Green-Ampt's parameters		
	$f_0$ (cm/h)	$f_c$ (cm/h)	$k$	相对誤差総計	S (cm/h)	$k_s$ (cm/h)	相对誤差総計	$\Delta\psi\Delta\theta$	$k_s$ (cm/h)	相对誤差総計
Sand	73.15	29.7	24.95	0.81	1.62	29.36	10.3	0.10406	29.36	10.3
Loamy sand	70.83	14.592	45.05	1.71	2.10	14.07	12.1	0.12849	14.08	12.1
Sandy loam	76.96	4.4208	43.73	4.69	4.25	3.540	6.81	0.14178	2.289	5.93
Loam	53.76	1.04	38.39	8.12	2.83	0.400	11.0	2.48734	0.402	11.0
Silt	2.501	0.25	1.615	2.67	1.63	-0.060	1.37	2451.26	0.001	1.54
Silt loam	3.821	0.45	2.364	2.16	1.67	0.130	2.04	22.0564	0.130	2.04
Sandy clay loam	67.89	1.31	60.38	5.43	1.73	0.890	14.3	0.86892	1.168	7.52
Clay loam	1.639	0.26	0.974	3.35	1.29	0.070	1.13	64.4325	0.070	1.13
Silty clay loam	1.390	0.07	2.157	2.79	0.69	-0.050	1.60	28560.2	0.001	2.50
Sandy clay	0.897	0.12	0.912	3.71	0.76	0.010	1.35	1039.65	0.013	1.35
Silty clay	0.192	0.02	0.497	3.88	0.24	-0.008	1.02	165000	0.040	6.47
Clay	1.218	0.2	2.250	1.90	0.57	0.105	0.97	233.816	0.102	0.95

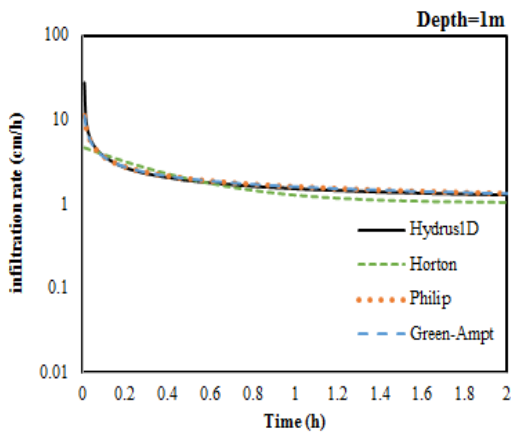


図 3. 推定結果：地下水面が 5m の時の浸透曲線

表 2 に飽和透水係数 ( $K_s$ ) が大きい土壌の推定結果が良かったのを確認出来ますが、飽和透水係数 ( $K_s$ ) が小さい土壌にとって大きく差出ているのも確認出来ます。

次に、Philip 式と Green-Ampt 式は理論的な式である為、実際の計算を行い、推定値と比較した結果が図 6-7 と表 3 である。ここで、Philip 式は Richards 式と一番近い値を出しているのを確認した。

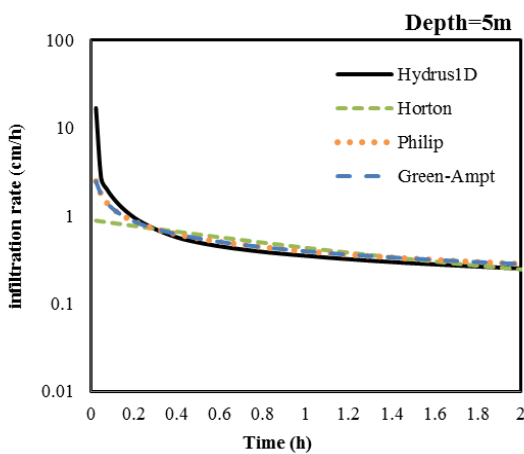


図 4. 推定結果：地下水面が 5m の時の浸透曲線

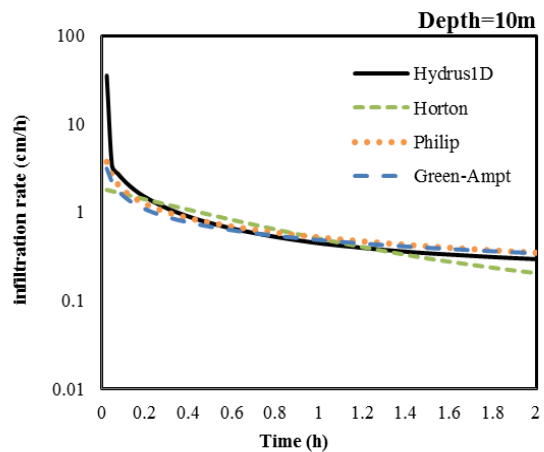


図 5. 推定結果：地下水面が 10m の時の浸透曲線

表 3. Philip と Green-Ampt 式のパラメータ関係

Soil type	Philip's parameters				Green-Ampt's parameters			
	推定値		実際値		推定値		実際値	
	S (cm/h)	$k_s$ (cm/h)	S (cm/h)	$k_s$ (cm/h)	$\Delta\psi\Delta\theta$	$k_s$ (cm/h)	$\Delta\psi\Delta\theta$	$k_s$ (cm/h)
Sand	1.61	29.36	2.62	29.7	0.1040	29.36	3.45	29.7
Loamy sand	2.10	14.07	2.80	14.6	0.1280	14.07	3.92	14.6
Sandy loam	4.24	3.542	3.83	4.42	0.1420	2.288	6.67	4.42
Loam	2.82	0.402	3.02	1.04	2.4870	0.402	4.57	1.04
Silt	1.63	-0.063	1.87	0.25	24510	0.002	1.75	0.25
Silt loam	1.67	0.129	3.78	0.45	22.050	0.129	7.14	0.45
Sandy clay loam	1.74	0.887	4.32	1.31	0.869	1.160	9.34	1.31
Clay loam	1.29	0.075	1.78	0.26	64.40	0.074	6.12	0.26
Silty clay loam	0.69	-0.055	3.32	0.07	28560	0.001	5.53	0.07
Sandy clay	0.76	0.010	3.34	0.12	10390	0.013	5.58	0.12
Silty clay	0.24	-0.008	1.78	0.02	165000	0.040	1.58	0.02
Clay	0.57	0.105	2.18	0.20	233.80	0.102	2.37	0.20

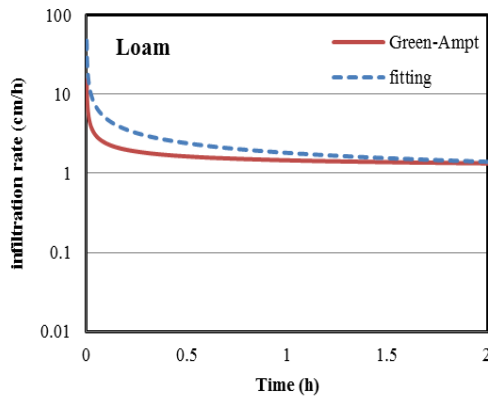


図 6. パラメータ推定値と Green-Ampt 式での計算結果の比較

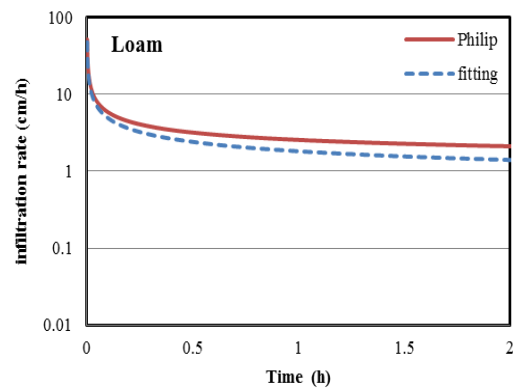


図 7. パラメータ推定値と Philip 式での計算結果の比較

#### 4. まとめ

パラメータ推定した結果の浸透曲線からは Horton 式より Philip と Green-Ampt 式の浸透曲線が良く似ているのが分かりました。

三つの浸透式から Richards 式と一番近い値を出すのが Philip 式である事が分かりました。

次に Philip と Green-Ampt 式は：

粗粒の Loamy sand, Sandy loam などの飽和透水係数 ( $K_s$ ) が大きい土壌にとって浸透式のパラメータ推定結果が良かった。

しかし、細粒の Silty Clay, Silty clay loam などの飽和透水係数 ( $K_s$ ) が小さい土壌にとって浸透式のパラメータ推定には差異が出ました。

Green-Ampt 式は均一体積含水率状態で得られた式なので静水平衡状態で正確な値を得られる事が出来なかったと考えています。

本研究で、Philip 式が適当である事が分かりました。Philip 式を HYDRUS 1D の代わりに使用すると、当該土壌の浸透能力を簡単に計算できることが分かりました。これによって農業での浸透能力を短時間に計算し、作業効率を上げられると考えられます。  
参考文献：Shaohua Marko Hsu, P.E, M. ASCE; Chuen-Fa Ni; and Pi-Fang Hung: Assessment of Three Infiltration Formulas based on Model Fitting on Richards Equation, 2002