

3次元浅水波動方程式の強非線形現象への拡張可能性に関する研究

平成 26 年 2 月

指導教員 細山田 得三
氏名 井元 望

➤ 研究背景

現在、洪水氾濫、河川流、津波、潮汐、高潮などの数値シミュレーションには、粒子法、格子ボルツマン法、NS方程式直接計算法、浅水方程式系の計算方法など、様々な計算が提案されている。

この中で、浅水方程式系の計算方法は古典的な計算方法であり、建設工学の分野では広く用いられている。浅水方程式系の計算は、有限体積法、有限要素法、有限差分法などの解法にも対応している。それに加えて、1次元、2次元、3次元において展開されており、1次元、2次元においては鉛直方向スケールが水平方向スケールに比べて極めて小さい場合に有効な計算方法であり、洪水氾濫、河川流、津波、潮汐、高潮に用いられてきた。しかし、3次元の計算方法についてはある種の制限を付けて利用されているという問題がある。その問題は、浅水方程式系の計算は従来、海洋物理における流れのモデル化において用いられてきた。その場合、計算領域全体に比べて水位変動が極めて小さい近似が成り立つ。図のように、水位変動が1つの格子内に収まるような場合を想定して計算を行っている。

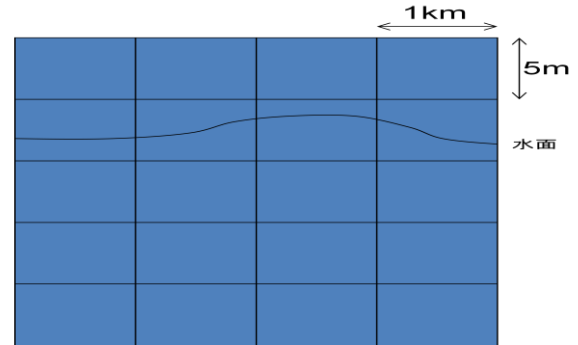


図 1 格子図

一方、 σ 座標を用いた場合の計算では、水面の変動に応じて格子が移動するため、上記の問題は解消される。しかし、もともとは海洋物理の分野の計算方法であり、水面の変動に応じて格子が移動するため、上記の問題は解消されるといっても、結局水面変動が小さい場合しか想定されていない。そのため、実際に水面が鉛直方向に近くなったり、海底が急に浅くなる場合例えば構造物を海底に設置したとき等のような場合は計算することができない。

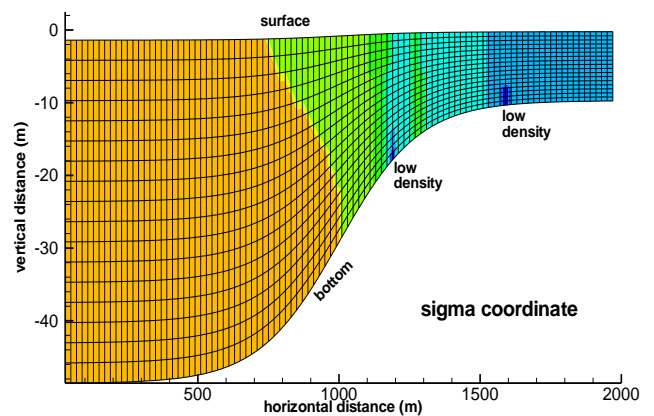


図 2 σ 座標

そこで、図のような場合には、水面がさらに大きく変動（水位変動が1つの格子で収まりきらない場合）したらどうになってしまうのか。図のように小さな格子と大きな格子が混合し合っている場合、そのアンバランスがどこまで許容できるか。といった問題点が出てくる。

➤ 研究目的

最初で述べたように、浅水方程式系の計算の3次元の計算方法について制限を付けて利用されているという問題がある。現在、その限定をできるだけ排除した計算に拡張することが可能であるかどうか調べる余地が残されている。その限定をできるだけ排除した3次元計算が可能となると、水面だけでなく地盤内部にも格子を割り当てることができるようになるため、浸透流や地盤の変形を考慮した計算が可能となる。

そこで、本研究では浅水方程式系の計算の限定をできるだけ排除する計算に拡張し、3次元計算が可能かどうか検証することを目的とする。

➤ アルゴリズム

本研究では、水位変動が1つの格子では収まりきらない場合を考える。

以下のアルゴリズムは、第5章で解析を行う、波面が鉛直に近い状況であるダムブレイク現象についてのものである。他のプログラムにおいても同じアルゴリズムを用いて行う。

今回の解析ではまず、3次元の領域を縦横奥行にそれぞれ格子を配置して計算を行う。このとき、一番外側の格子は枠として、ここからは何も噴き出してこないという前提で計算を行っていく。

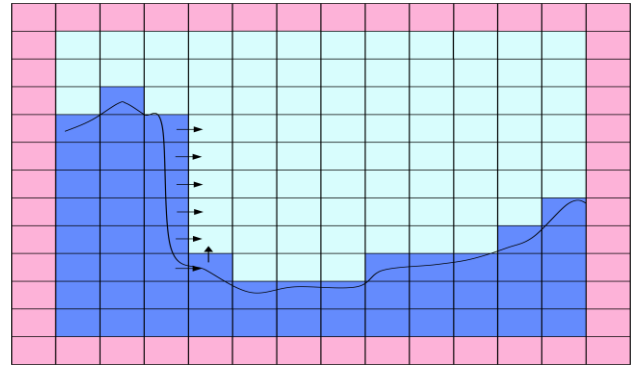


図3 ブレイク発生後

ダムブレイクが発生すると水が崩れ落ちる。今回は、図2でもわかるように左側が枠であり、水の出入りができないので右側に水が崩れ落ちていく。黒い矢印で示したものが、流速をもっている水である。この水は、水平方向に隣側の空気セルに対する流入を行う。

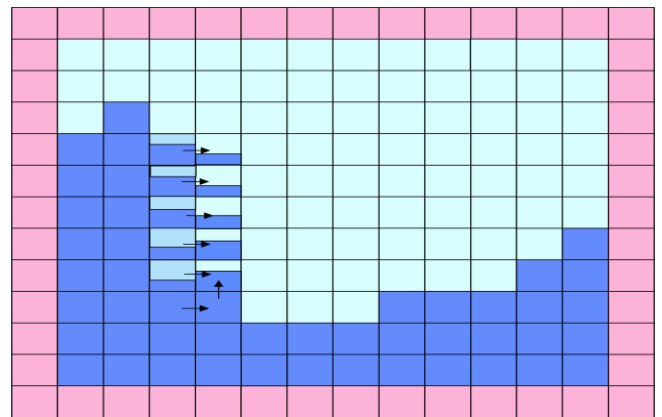


図4 流速を持った水について

流速をもっている水は、水平方向に隣側の空気セルに対する流入を行うが、水平方向に流れてもいっても、格子の中が完全に水にならない。このような状況は、それぞれの格子の間に隙間があるため、静水圧による計算には馴染まなず、今回行う計算をうまく行うことができない。

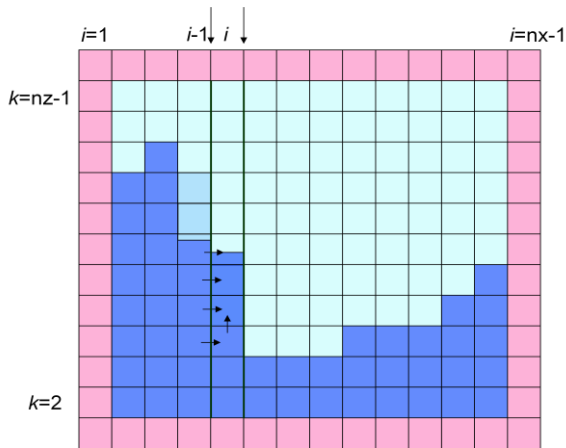


図 5 水の考え方

そこで今回の解析では、水が満たされないセルを含む鉛直線に沿って、和をとることにより、図 4 のように隙間を埋めて水面の調整を行う。これは、アルゴリズムであり、実際のプログラムでは、線流量を計算して平面 2 次元計算のように線流量で水面を計算する。

これにより、砕波を含まない計算となるが、浅水系の計算を続けることができる。

線流量を求める式は、以下の式である。

$$m_i = \int u dz = \sum_{k=2}^{nz-1} u_{i,k} dz$$

本計算法の問題点としては、底面の凹凸を正確に表現することができない。

そのため、微小な地形の変動を表現するためには、鉛直格子を小さくする必要があると考えられる。

このようなアルゴリズムを用いて本研究のプログラムの作成を行った。ここで示した考え方はダムブレイクに対してだけのものだが、格子の取り方や初期条件を変化させることによって、様々な状況の波に応用できると考えられる。そこで今回は、中心に水柱がある場合のダムブレイク現象と段波についてこのアルゴリズムを用いて計算を行い検討を行った。

➤ 結果

今回のアルゴリズムを用いて、実際に解析を行った。以下の図 1 のような領域の真ん中に縦横の長さが 100m、高さが 15m の水柱を設置した場合の水柱が崩れていく場合（ダムブレイク現象）の水の動きについて解析を行った。

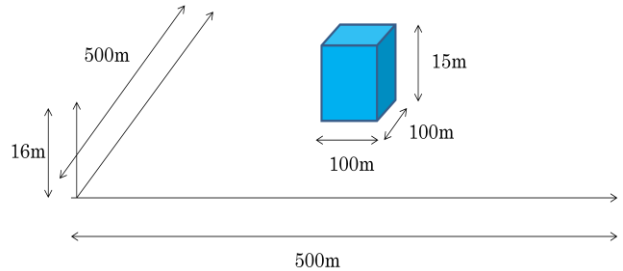


図 6 解析モデル図

今回の解析から得られた結果を示していく。

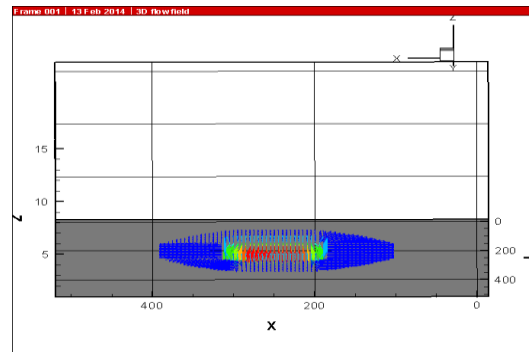


図 8 t=1.25 結果図

妥当性の検討

妥当性を検討するために、段波を用いて理論から求めた計算結果と解析から求めた計算結果の比較を行う。今回の計算対象は以下の図に示したものである。この 6m の波が 3m の高さの部分にどのように崩れていくかを検討する。

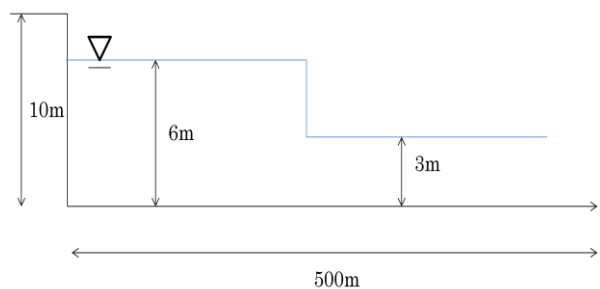


図 9 解析モデル図

➤ 理論値

理論値は、前章で示したものをを用いて算出を行う。

今回の場合の断面は長方形断面である。

よって長方形断面水路内の段波の伝ぱん速度は以下の式で求められる。

$$v_w = v_2 \pm \sqrt{gh_2 \cos \theta} \sqrt{\frac{1}{2} \frac{h_1}{h_2} \left(\frac{h_1}{h_2} + 1 \right)}$$

この式に、今回の条件である以下の値を代入すると、水理学の理論より、段波の伝ぱん速度を求めることができる。

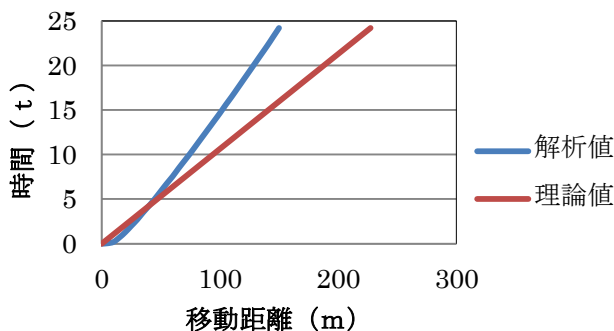
$$\left\{ \begin{array}{l} v_2 = 0 : \text{水の変動がないため} \\ g = 9.8 : \text{重力加速度} \\ h_2 = 3 : \text{上図より} \\ \cos \theta = 0 : \theta = 0 (\text{河床こう配はないため}) \\ h_1 = 6 : \text{上図より} \end{array} \right.$$

よって、この式を代入し段波の伝ぱん速度を求めると $v_w = \pm 9.391$ となる。

➤ 理論値と解析値の比較

理論から求めた結果と解析から求めた結果を、縦軸に時間、横軸に波が移動した距離をとり比較を行う。比較を行った結果のグラフを以下に示す。

理論値と解析値の比較



グラフから、理論値は一定の速度であるため直線で示されているのがわかる。一方解析値は、速度が減少しているのが読み取ることができる。この2つを比較すると速度が一致している

ところもみられ妥当だと考えることができる。次に、理論から求めた結果と解析から求めた結果の平均時速を比較する。

理論値は、速度が1つしか出てこないため平均速度を、計算して出力された9.391とする。

解析値は、速度が有効だと考えられるt=0.2からt=24.2の間の速度平均をとる。その結果解析値の平均速度は、8.722である。

これらを比較すると、9.391と8.722であり、理論値の方が0.66大きくなっている。

この原因としては、解析値では理論値では底面摩擦などの応力を考慮して計算を行っている。一方理論値では、そのような応力を考慮していない。そのため、解析値の方が理論値よりも値が少し小さくなっているのだと考えられる。それに加えて、解析結果はある時間ごとにしか出力していないため、誤差が出ているということも考えられる。

実際の波だと時間が経つにつれて流速が減少してくる。しかし、理論値では速度が変化せずずっと一定であるそのため誤差が出ているとも考えることができる。

しかし、それを考慮すると平均速度の差はそれほど大きいものではないと考えられ、この計算結果は妥当だと考えることができる。

➤ 結論

本研究により以下の知見を得るに至った。浅水方程式系の計算の3次元計算が可能だと提案できた。

ダムブレイクなどの波面が鉛直に近い状況の解析を行うことができた。

段波での解析によりある程度の妥当性を得ることができた。

計算できるアルゴリズムを提案できた。

浅水方程式系の解析方法であるので、非常に短時間で計算結果の算出を行えることを確認

することができた。

➤ 今後の課題

今後更に研究を進めていく上の課題を述べる。

現在は、段波の理論値としか妥当性の検討ができていないため、色々な状況での理論値の算出を行い、より精度を高める。

浸透流や地盤の変形を考慮した計算が可能か検討を行う。

今回は、波に関して研究を行ったが、土木の他の分野の解析にも応用できるかも検討を行う。