

剛塑性 MPS 法の開発と土構造物変形解析手法への適用性に関する研究

建設工学専攻 環境防災研究室 小林 和也

1. はじめに

盛土構造物の変形計算手法には有限要素法がよく用いられている。しかし、有限要素法はメッシュに依存した解析法であるため、解析対象が大きく破壊されるような場合の計算には適さない。この課題を克服するため、近年流体力学の分野でよく用いられる粒子法を採用した。粒子法はメッシュ分割を使用せず、一定の質量を持つ粒子を用い、大変形を伴う連続体の挙動をラグランジュ的に表現することができる。本研究では、越塚ら¹⁾により提案された粒子法のひとつである MPS 法を地盤変形解析に適用することを目的とし、剛塑性構成式に基づいた MPS 法の解析コードを構築し、様々な地盤要素試験をシミュレーションし、地盤変形解析への適用性を検討する。

2. 剛塑性 MPS 法の計算アルゴリズム

2.1 支配方程式

支配方程式は次式の運動方程式と質量保存則である²⁾。

$$\rho_i \ddot{\mathbf{x}}_i = \text{div} \boldsymbol{\sigma}_i + \rho_i \mathbf{g} + \mathbf{K}_i \quad (1)$$

$$\dot{\rho}_i + \rho_i \text{div} \dot{\mathbf{u}}_i = 0 \Rightarrow \dot{\rho}_i = -\rho_i \text{div} \dot{\mathbf{u}}_i \quad (2)$$

ここで、 ρ_i は粒子の密度、 $\dot{\mathbf{u}}_i$ は粒子の加速度ベクトル、 $\boldsymbol{\sigma}_i$ は粒子のコーシー応力テンソル、 \mathbf{K}_i は粒子に働く表面力および物体力を含めた外力ベクトルであり、添字の i は着目する粒子 i を表す。

2.2 剛塑性構成式

剛塑性構成式は Druker-Prager 基準に基づく次式を用いる。

$$\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{\sigma}^{(1)} + \boldsymbol{\sigma}^{(2)} = \frac{\psi}{\sqrt{3\omega^2 + 1/2}} \frac{\boldsymbol{\varepsilon}^p}{\dot{e}} + \kappa \left\{ \text{tr}(\boldsymbol{\varepsilon}^p) - \frac{3\omega}{\sqrt{3\omega^2 + 1/2}} \dot{e} \right\} \left\{ \mathbf{1} - \frac{3\omega}{\sqrt{3\omega^2 + 1/2}} \frac{\boldsymbol{\varepsilon}^p}{\dot{e}} \right\}$$

ここで、 κ はダイレイタンスーに関する制約条件を制御するペナルティ定数である。また、 \dot{e}_i は等価ひずみ速度と呼ばれるひずみ速度の大きさを表す物理量であり、次式で求められる。

$$\dot{e}_i = \sqrt{\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_i^p : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_i^p} \quad (3)$$

粒子のひずみ速度テンソルは相対速度ベクトルと変位ベクトルのテンソル積により定義し、これをストレッチングテンソルとみなし構成式に用いる。本解析では入部ら³⁾による高精度勾配モデルを用いた五十里らにより示された方法⁴⁾を参考にひずみ速度の算出を行っている。

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_i^p = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \dot{\mathbf{u}}}{\partial \mathbf{x}} + \left\{ \frac{\partial \dot{\mathbf{u}}}{\partial \mathbf{x}} \right\}^T \right) \stackrel{\text{def}}{=} \frac{\dot{\mathbf{u}}_{ij} \otimes \mathbf{r}_{ij} + \mathbf{r}_{ij} \otimes \dot{\mathbf{u}}_{ij}}{2|\mathbf{r}_{ij}||\mathbf{r}_{ij}|} \quad (4)$$

2.3 運動方程式

本解析は、Wilson の Θ 法を用いた完全陰解法で計算を行う。Wilson の Θ 法を用いると、粒子 i の各パラメータは時間変化の関数で表すことができる。

Wilson の Θ 法で時刻 $t + \Theta \Delta t$ の運動方程式および質量保存則を解く。解くべき式は次のように表される。

$$\rho_i(t + \Theta \Delta t) \dot{\mathbf{u}}_i(t + \Theta \Delta t) = \text{div} \boldsymbol{\sigma}_i(t + \Theta \Delta t) + \rho_i(t + \Theta \Delta t) \mathbf{g}(t + \Theta \Delta t) + \mathbf{K}_i(t + \Theta \Delta t) \quad (5)$$

$$\dot{\rho}_i(t + \Theta \Delta t) = -\rho_i(t + \Theta \Delta t) \text{div} \dot{\mathbf{u}}_i(t + \Theta \Delta t) \quad (6)$$

式(10)に粒子 i の各パラメータを代入して整理すると、時刻 $(t + \Theta \Delta t)$ における $\dot{\mathbf{u}}_i(t + \Theta \Delta t)$ を未知数とする運動方程式が導かれる。

2.4 収束計算

運動方程式より求めた加速度が、質量保存則についても成り立たつためには式(6)を満足させる必要がある。式(6)を展開し式(5)に代入することで式(7)を得る。これらの右辺には未知数である $\dot{\mathbf{u}}_i(t + \Theta \Delta t)$ が含まれているため、非線形性

を有している。本解析では直接代入法により、これが所定の収束判定値を下回るまで収束計算を行う。収束判定は式(8)に示すように変位で行なう。

$$\ddot{\mathbf{u}}_i(t + \theta\Delta t) = \frac{1}{\rho_i(t + \theta\Delta t)n_i(t + \theta\Delta t)} \times \sum_{j \neq i} \left\{ \frac{(\boldsymbol{\sigma}_j(t + \theta\Delta t) + \boldsymbol{\sigma}_i(t + \theta\Delta t)) \cdot \mathbf{r}_{ij}(t + \theta\Delta t)}{|\mathbf{r}_{ij}(t + \theta\Delta t)| |\mathbf{r}_{ij}(t + \theta\Delta t)|} w(\mathbf{r}_{ij}(t + \theta\Delta t)) \right\} + \mathbf{g}(0) + \frac{(1 - \theta)\mathbf{K}_i(t) + \theta\mathbf{K}_i(t + \theta\Delta t)}{\rho_i(t + \theta\Delta t)} \quad (7)$$

$$\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{|\mathbf{u}_i(t + \theta\Delta t)^{(n+1)} - \mathbf{u}_i(t + \theta\Delta t)^{(n)}|}{|\mathbf{u}_i(t + \theta\Delta t)^{(n)}|} \leq 10^{-6} \quad (8)$$

計算が収束すれば、時刻 $t + \theta\Delta t$ における粒子 i の各パラメータを求め、座標を更新する。

3. 解析事例

3.1 一軸圧縮および引張試験

計算の妥当性を検討するために図-1に示すモデルを作成し、一軸圧縮試験および一軸引張試験のシミュレーションを行った。解析では上端および下端の粒子のそれぞれ5つの粒子に所定のスピードで載荷した。計算に用いたパラメータを表-1に示す。荷重～変位関係(図-2)と応力経路(図-3)から、荷重が2.0 kPa (= 2c)に達すると急激に変位が増加すること、降伏関数に至るまでの応力経路ならびに塑性後の応力が降伏関数上を遷移することがわかり、妥当な結果が得られたものと判断できる。

表-1 解析パラメータ

時間刻み(sec)	0.01
ペナルティ定数	1.0E+06
閾値 $\dot{\epsilon}_0$	1.0E-06
収束判定値	1.0E-06
加速係数	0.0001
載荷速度(kPa/sec)	1.0
粒子密度(t/m ³)	2.0
粘着力(kPa)	1.0
内部摩擦角(deg)	0.0
ダレーション角(deg)	0.0

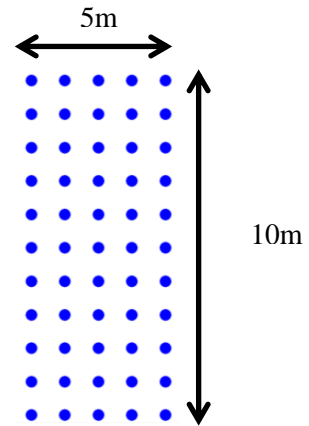


図-1 解析モデル

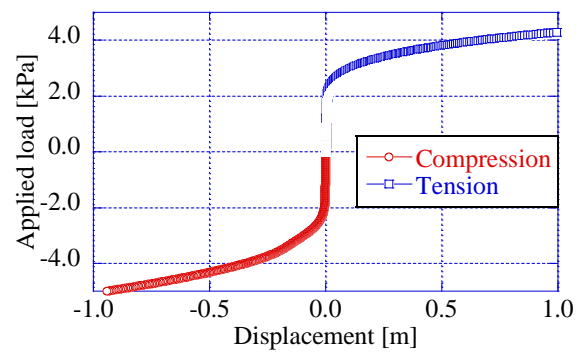


図-2 荷重～変位関係(一軸圧縮・引張試験)

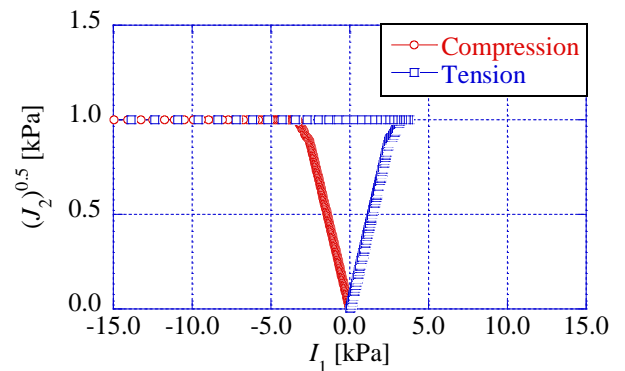


図-3 応力経路(一軸圧縮・引張試験)

3.2 斜面解析

大変形問題への適用性を検討するため、盛土斜面の自重崩壊現象への適用性を検証した。解析では、材料定数の差異による変形挙動への影響も比較するため、Case-S1をc材、Case-S2を ϕ 材として2パターンの解析を行った。

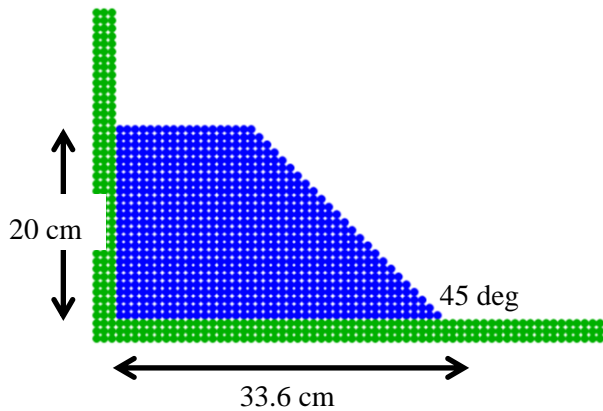


図-2 解析モデル

表-2 材料定数

材料定数	Case-S1	Case-S2
粒子密度(kg/m ³)	2.0	2.0
粘着力(kPa)	1.0	0.1
内部摩擦角(deg)	0.0	30.0
ダイレーション角(deg)	0.0	30.0

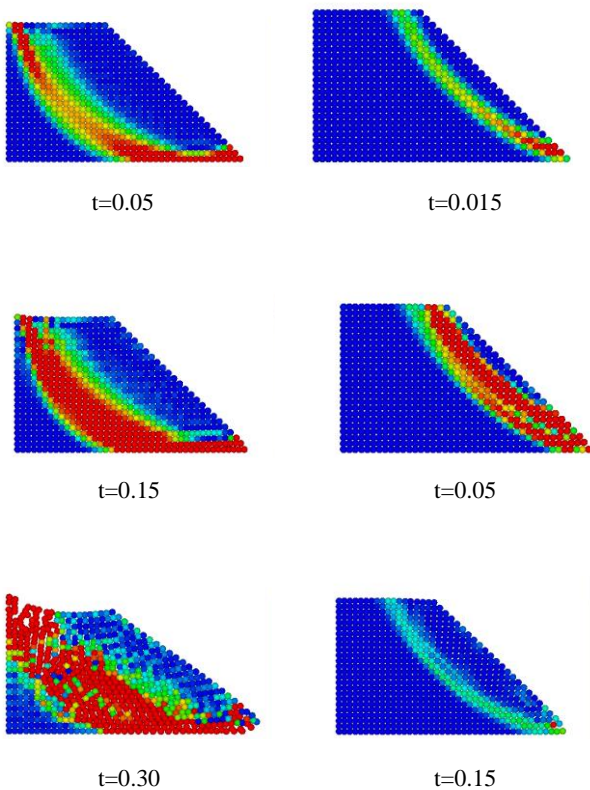


図-3 解析結果 (左: Case-S1, 右: Case-S2)

図-3 を見ると、材料定数の差異によってすべり面の発生位置が異なることがわかる。さらに

Case-S1 (c 材) ではすべり面が天端、法先の両側から発生したのに対し、Case-S2 (φ材) では法先から発生し天端方向へ広がる結果が確認できた。また、Case-S1 では斜面がすべり出したところで計算が終了したが、Case-S2 では斜面がやや孕み出したところで安定する挙動となった。

4. まとめ

剛塑性構成式を導入した MPS 法の解析コードの適用性を確認した。一軸圧縮および引張試験の結果が適切に表現できていると判断した。斜面の自重崩壊モデルにおいて、材料定数の差異によって異なる結果が得られることを確認した。また、剛塑性構成式を用いることで、これまでよりも大きな時間刻み幅での解析や、粒子数を大幅に増やした解析を行なえるようになった。

しかし、大変形挙動が生じる場合に計算が収束しないという課題が生じた。他にも、切断条件等チューニングパラメータになっている部分があるため、今後も議論していく必要がある。剛塑性 MPS 法は解析事例が少ないため、様々な条件での解析事例を増やし、有用性を検証していき、将来的には地盤構造物の解析手段として発展していくことを期待する。

5. 参考文献

- 1) 越塚誠一：計算レクチャーシリーズ 5 粒子法，丸善，2005.
- 2) 保科ら：剛塑性動的変形解析の土構造物への適用性に関する検討，応用力学論文集，Vol. 14，pp. I_251-I_259，2011.
- 3) 入部ら：MPS 法における勾配計算の高精度化とその応用，土木学会論文集 B2(海岸工学)，Vol. 66，No. 1，pp. 46-50，2010.
- 4) 五十里ら：ケーソン式混成堤の大変形解析のための改良型弾塑性 MPS 法の基礎的検討，土木学会論文集 B2 (海岸工学)，Vol. 67，No. 2，pp. I_731-I_735，2011.