

## MPS 法に基づく流体・土構造物連成弾塑性変形解析に関する研究

環境防災研究室 家坂 佑希  
指導教員 大塚 悟

### 1. はじめに

本研究の目的は、地震および水害による地盤構造物の崩壊メカニズムを明らかにし、限界状態・残留変位量を適切に解析できる手法を構築し、地盤構造物の性能規定化の一助とすることにある。

そこで本研究では、大変形問題や複雑界面追跡に優れた解析手法として粒子法のひとつである MPS 法に着目し、昨年度は地盤変形解析への適用性を検討するために第一段階として、*Drucker-Prager* 型降伏関数を用いた弾塑性動的解析コードを構築し、その妥当性について検討した。そして今年度は妥当性をさらに追及すること、また新しい切断条件の追加、そして流体と弾塑性体との連成コードの構築を行った。

### 2. MPS 法に基づく弾塑性動的解析

#### 2.1 弾性モデル

MPS 法の弾性動的解析手法に関しては越塚ら<sup>1)</sup>によって定式化されている。以下にその計算方法について示す。弾塑性体の粒子  $i$  における運動方程式および粒子間  $ij$  の応力の式は以下のように書ける。

$$\rho_i \frac{D\mathbf{r}_i}{Dt} = \frac{\partial \boldsymbol{\sigma}_i}{\partial \mathbf{x}} + \mathbf{K}_i = \text{div} \boldsymbol{\sigma}_i + \mathbf{K}_i \quad (1)$$

ここで、 $\dot{\mathbf{r}}$  : 速度ベクトル、 $\rho$  : 密度、 $\boldsymbol{\sigma}$  : 応力テンソル、 $\boldsymbol{\varepsilon}$  : ひずみテンソル、 $\mathbf{K}$  : 外力ベクトル、 $\lambda$ ,  $\mu$  : ラメの定数、 $E$  : 弾性係数、 $\nu$  : ポアソン比である。指標  $i$  は粒子  $i$  において、指標  $ij$  は粒子  $i$  と粒子  $j$  の粒子間  $ij$  において、という意味である。粒子間の全ひずみテンソルは粒子座標位置から計算される粒子間距離ベクトル  $\mathbf{r}_{ij}$  と剛体回転成分を除去した粒子間変位ベクトル  $\mathbf{u}_{ij}$  のテンソル積から計算する。なお、全ひずみテンソルは対称テンソルで定義する。

$$\text{div} \boldsymbol{\sigma}_i = \frac{2d}{n^0} \sum_{j \neq i} \frac{[\boldsymbol{\sigma}]_{ij} \cdot \mathbf{r}_{ij}}{|\mathbf{r}_{ij}| |r_{ij}^0|} w_{ij} \quad (2)$$

ここで、 $d$  は次元数、 $n^0$  は粒子数密度、 $w$  は重み関数である。重み関数は、粒子間距離の関数であり、以下の式で表される。

$$w(|\mathbf{r}_{ij}|) = \begin{cases} \frac{r_e}{|\mathbf{r}_{ij}|} - 1 & (0 < |\mathbf{r}_{ij}| < r_e) \\ 0 & (r_e \leq |\mathbf{r}_{ij}|) \end{cases} \quad (3)$$

$$n_i^0 = \sum_{j \neq i} w^0(|\mathbf{r}_{ij}^0|) \quad (4)$$

$r_e$  (影響半径) は計算パラメータでありこれにより、着目粒子  $i$  から影響半径内に位置する近傍粒子を決定し、重み関数を計算する。本解析では、 $r_e = 2.9l^0$  と設定した。

粒子数密度は、初期の粒子配置における着目粒子  $i$  の全ての近傍粒子との重み関数の総和である。

粒子間にせん断力が作用するとトルクが発生するので角運動量保存則が保存されない。角運動量を保存させるためには、このトルクを打ち消すように付加的にトルクを与える。最後に *verlet* 法による時間積分を行い位置座標、速度、角速度および回転角を更新する。さらに、本解析では吉田ら<sup>2)</sup>の手法に基づいて減衰項の導入を行った。

#### 2.2 弾塑性モデル

弾塑性モデルでは、降伏関数  $f$  に *Drucker-Prager* 型を用いる。塑性ひずみ増分は流れ則より(5)式から求められる。

$$\{d\boldsymbol{\varepsilon}_p\} = d\lambda \left\{ \frac{\partial g}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \right\} \quad (5)$$

$d\lambda$  は (6)の式から与えられる。

$$d\lambda = \frac{\left\{ \frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \right\}^T [D]^e \{d\boldsymbol{\varepsilon}\}}{\left\{ \frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \right\}^T [D]^e \left\{ \frac{\partial g}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \right\}} \quad (6)$$

これらより塑性ひずみ増分および塑性ひずみが求められる。弾性ひずみは全ひずみと塑性ひずみと差から求める。

$$[\boldsymbol{\varepsilon}]_{ij}^e = [\boldsymbol{\varepsilon}]_{ij} - [\boldsymbol{\varepsilon}]_{ij}^p \quad (7)$$

弾塑性解析では、ひずみに弾性ひずみを用いて前に示した弾性解析の計算を行う。なお、弾性状態より弾塑性状態に移行する際には線形補完による応力補正を行い、粒子間の応力が尖点に達した際には尖点に応力が留まる応力補正を行う。

検証結果については本紙では割愛させていただく。

### 2. 大変形問題の解析精度の向上

#### 2.1 概要

斜面崩壊のような大変形問題の解析精度を向上させるために、新しい切断条件を設定した。現在、解析コードに用いている切断条件は、*Drucker-Prager*型の降伏関数の尖点に、粒子間の応力が達したときに切断が発生している。これでは引張領域でのみ切断が発生してしまうため、粒子間の切断する傾向として偏りがでてしまう。

そこで新しい切断条件として、塑性偏差ひずみによる切断条件を解析コードに構築した。粒子間の塑性偏差ひずみは式(8)で求められる。

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{ij}^{ps} = \sqrt{\frac{1}{2}(\boldsymbol{\varepsilon}^{ps} : \boldsymbol{\varepsilon}^{ps})} \quad (8)$$

$\varepsilon_{ij}^{ps}$  は塑性偏差ひずみ,  $\boldsymbol{\varepsilon}^{ps}$  は塑性偏差ひずみテンソルである。

## 2.2 自重崩壊シミュレーション

自重による弾塑性構造物の崩壊シミュレーションを行った。解析で使用したモデルを図-1に、パラメータを表-1に示す。粒子数は432, 粒子間距離は2.0mである。また時間刻み幅は $1.0 \times 10^{-5}$  secで計算した。今回のシミュレーションにおいて、粒子間における塑性偏差ひずみが1%となったとき、粒子間は切断されると設定した。

図-2に解析開始から8.58秒後の解析結果を示す。解析モデルは始めに自重により外側にはらみだし、切断された粒子群が離散体として形を保ちつつ、そのまま滑るようにして崩壊した。すべり角の算定式(9)より、モデルのせん断抵抗角は $30^\circ$ のため、すべり面の角度は $60^\circ$ となる。

$$\alpha = \frac{\pi}{4} + \frac{\phi}{2} \dots\dots\dots(9)$$

図-2より、すべり面の角度が $60^\circ$ はないものの、土構造物すべりを表現できた。

## 3. 流体との連成解析コードの構築

越塚らによって開発されたMPS法による流体解析コード<sup>1)</sup>と昨年度構築された弾塑性動的変形解析コードが一体化した、連成解析コードの構築を行った。図-3に連成解析モデルを示す。柱状流体の崩壊により堤防を模した弾塑性体に衝突し、それにより弾塑性体に変形が発生する現象の解析を目指す。

粒子の種類5を種類設定した。流体粒子(青), 圧力計算をする壁粒子(緑), 圧力を計算しない壁粒子(黒), 弾塑性体の表面粒子(赤), 弾塑性体の内部粒子(桃)である。弾塑性体の表面の粒子は流体計算時において、圧力計算をする壁粒子と同様に扱う。また弾塑性体の内部粒子は圧力計算をしない壁粒子とみなして計算を行う。

液相粒子および固相粒子の運動方程式を以下のように書ける。

$$\rho_l \frac{D\mathbf{u}}{Dt} = -\nabla p_l + \mu_l \nabla^2 \mathbf{u}_l + \rho_l \mathbf{g} + \mathbf{F}_{lsp} \dots\dots\dots(10)$$

$$\rho_s \frac{D\mathbf{u}}{Dt} = \delta_{ep} (\nabla \cdot \boldsymbol{\sigma}) + \rho_s \mathbf{g} + \mathbf{F}_{colp} - \mathbf{F}_{lsp} \dots\dots\dots(11)$$

$$\mathbf{F}_{lsp} = -\nabla p_l + \mu_l \nabla^2 \mathbf{u}_l \dots\dots\dots(12)$$

ここに、 $\mathbf{u}$ : 流速ベクトル,  $p$ : 圧力,  $\rho$ : 密度,  $\mu$ : 粘性係数,  $\mathbf{g}$ : 重力加速度ベクトル,  $\mathbf{F}_{colp}$ : 固相粒子間衝突ベクトル, 添字  $l, s$  はそれぞれ液相, 固相を示す。  $\delta_{ep}$  は土粒子間の接続状態に関するデルタ関数である ( $\delta_{ep} = 1$ )。  $\mathbf{F}_{lsp}$  は液相-固相間相互作用ベクトルであり、流体計算段階では、弾塑性体を壁粒子として扱い、弾塑性計算段階では、流体計算段階時に得た  $\mathbf{F}_{lsp}$  を外力として土粒子に与える。流体計算には半陰解法を、弾塑性計算には陽解法を適用するので、計算時間間隔の調整が必要である。

そのため弾塑性計算の計算時間間隔を流体計算の 1/100 としている。

表-1 解析に使用したパラメータ

弾性係数 $E$ [kg/m <sup>2</sup> ]	$2 \times 10^5$
ポアソン比 $\nu$	0.35
粘着力 $c$ [kg/m <sup>2</sup> ]	0
せん断抵抗角 $\phi$ [°]	30
粒子密度 $\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]	1660
減衰比 $h$	0.01

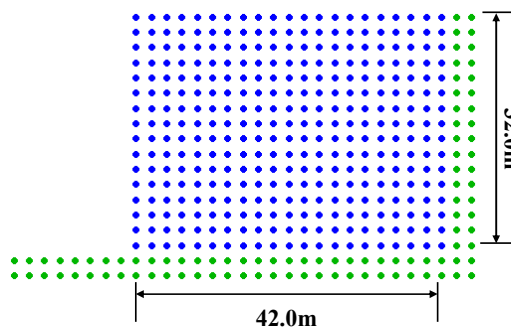


図-1 解析モデル

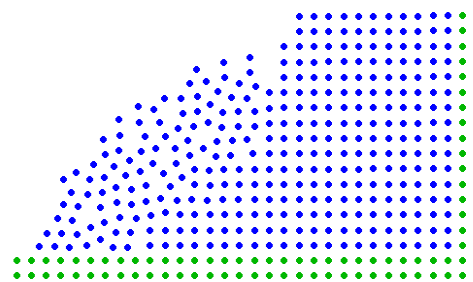


図-2 解析結果 (t = 8.58s)



図-3 流体-弾塑性体連成解析モデル

## 4. まとめ

MPS法に基づく弾塑性動的解析コードの地盤材料に対する適応性を検証、新たな切断条件の追加により、連続体と離散体の両方において、精度良く解析することができた。本発表会までに連成解析コードは完成できなかったが、完成した後は、浸透、越流、液状化などの事象の解析手法の確立を目指していく。

<参考文献>

- 1) 越塚誠一：計算レクチャーシリーズ 5 粒子法，丸善，2005.
- 2) 吉田ら：MPS法を用いた地震応答解析のための基礎検討，土木学会論文集 A, Vol. 66 .No.2, pp. 206-218, 2010.