

土壌水分再分布を考慮した土壌浸透モデルの開発

環境システム工学専攻 水文気象研究室 広田 洸平

指導教員 陸 旻皎

1. 背景と目的

流出解析において、土壌中の水分移動を表現するには Richards 式を解く必要がある。しかし Richards 式は強い非線形を有するため、正確な浸透計算を行うためには、土壌を細かく刻み、短い時間間隔で繰り返し計算を行わなくてはならない。そのため分布型水文モデルで Richards 式を用いる場合、流域スケールでの数値計算を行う必要があり、計算時間が膨大なものとなる。実際にモデルに組み込むことは困難である。本研究では土壌水分の再分布に着目し、これを数値化することで、土壌浸透計算の簡略化を目指し、検討を行った。

2. 研究手法

本研究では Richards 式を数値計算で解くことにより土壌の浸透過程を求めている。以下に今回使用した Richards 式の基本形を示す。

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left[K \left(\frac{\partial \varphi}{\partial z} + 1 \right) \right] \quad (1)$$

ここで θ は体積含水率、 t [T] は時間、 z [L] は鉛直座標で上向きの土壌深さ、 K [LT⁻¹] は土壌の不飽和透水係数、 φ [L] はマトリックポテンシャル水頭である。

式(1)にある不飽和透水係数 K の値は van Genuchten(1980)の式に、Mualem(1976)の理論的モデルを用いることで導かれた次式から求めることができる。

$$K(\theta) = K_s \times S_e^{\frac{1}{2}} \left[1 - \left(1 - S_e^{\frac{1}{M}} \right)^M \right]^N \quad (2)$$

$$S_e(h) = \left[1 + (-\alpha \varphi)^N \right]^M \quad (3)$$

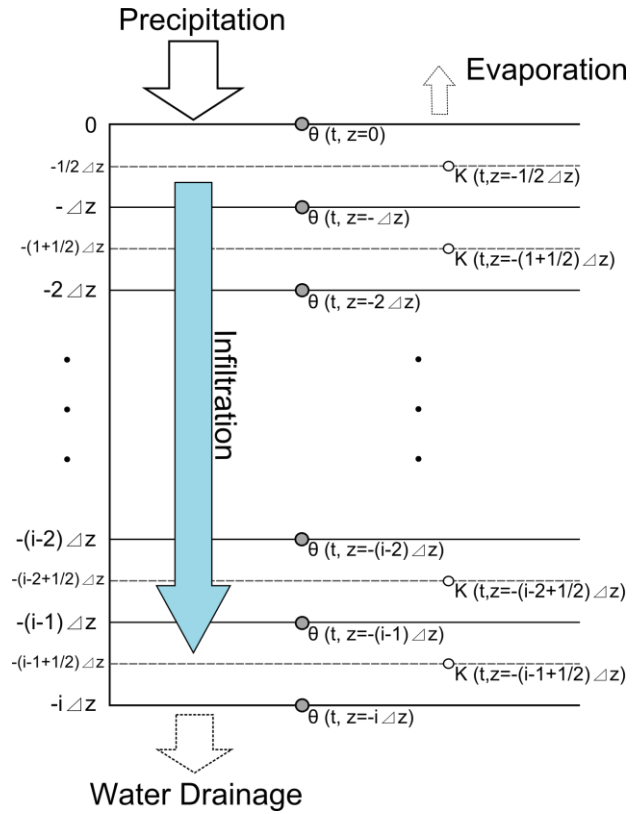


図 1 モデル計算の概念図

ここで、

$$S_e(\theta) = \frac{(\theta - \theta_r)}{(\theta_s - \theta_r)} \quad (4) \quad M = 1 - \frac{1}{N} \quad (5)$$

K_s [LT⁻¹] は飽和透水係数、 S_e は有効飽和度、 θ_s は飽和体積含水率、 θ_r は残留体積含水率である。また N , M , α は van Genuchten モデルで用いられる各土壌のパラメータである。

数値計算はこれらの式を用いて行われる。モデルは図 1 に示したように、土壌を刻み幅 Δz で細分化し、地表面から降水を与え、土壌の i 番目の層の体積含水率を計算する構造となっている。このとき透水係数はそれぞれの層の中間の位置で計算され、各層間の水分移動を決定している。

3. 簡略化のための検討

本検討では計算の簡略化のため、土壌水分は初め地表面付近に水が溜まっているという状態を仮定し、地表から-0.1m を飽和状態として計算を開始させた。また境界条件は土壌の上部および下部からの流入や流出は考慮しないよう設定し、検討を行った。

3.1. 浸透計算

今研究では土壌水分の再分布に着目して、浸透過程の簡略化について検討を行っている。図2に今回検討を行った土壌水分再分布についての概念図を示す。今検討では土壌の初期状態を地表面付近に水が溜まっている状態を仮定しているため、地表から-0.1m を飽和状態 ($\theta = \theta_s$) としている。図のように初め上部にあった土壌水分は、時間経過に伴い下部に向かって浸透していく。その後、土壌表面と底面からの水の出入りがない状態で、経過時間を無限大にとっていくと実線で表わされている安定状態になる。このときの、図中の土壌上部に存在する初期状態と安定状態で囲まれた、時間経過に伴い次第に減少していく領域を $SW[L]$ と定義する。

$$SW = \sum[(\theta_t - \theta_{t=\infty}) \times \Delta z] \quad (6)$$

$(\theta_t > \theta_{t=\infty})$

図3に計算から得られた、各土壌の SW と時間との関係を示す。各土壌によって SW の減少速度は異なるが、いずれの土壌でも SW の値が0に向かって収束していくのがわかる。図4に、図3を無次元化し、対数をとったグラフを示す。ここで SW を無次元化するため、土壌内の乾燥度合を示す指標である土壌水分欠損量 (Soil Moisture Deficit, 以下 $SMD[L]$) を用いている。土壌表面から底面までの各層ごとの水分欠損量を足し合わせることで、土壌内の乾燥度合を求めることができる。

$$SMD = \sum[(\theta_s - \theta(i)) \times \Delta z(i)] \quad (7)$$

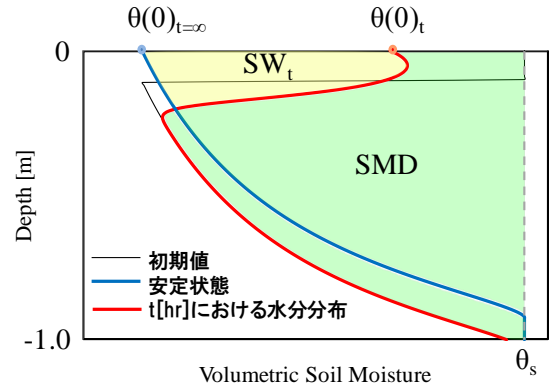


図2 土壌水分再分布の概念図

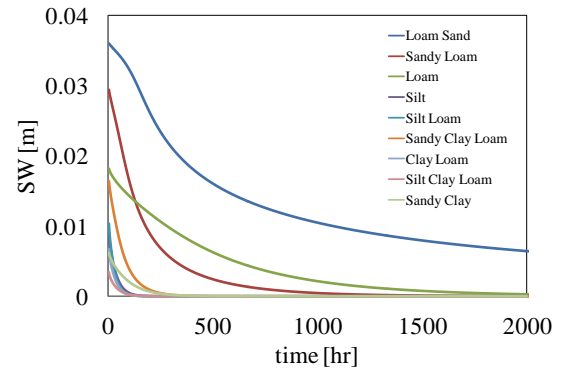


図3 SW の時間変化

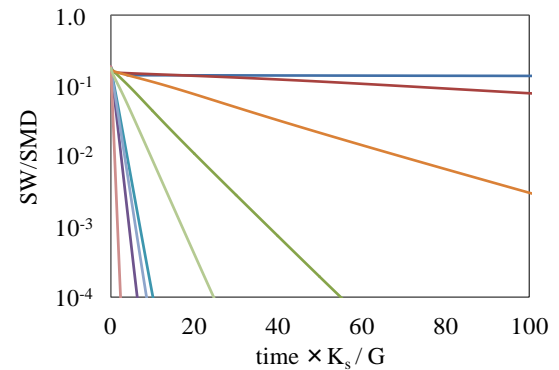


図4 無次元化した場合の SW の変化

また横軸は飽和透水係数と Capillary Length Scale を用いて無次元化する。Capillary Length Scale は土壌の水文特性や初期状態に依存している値で、 $G[L]$ で表わされる。

$$G = \int_{-\infty}^0 \frac{1}{K_s} K(\varphi) d\varphi \quad (8)$$

各土壌を無次元化、対数化することで SW は直線的に減少し、このときの減少式を指数近似を用いて以下のように表わすことが可能とな

る。

$$SW/SMD = b_{sw} e^{-a_{sw} \frac{k_s t}{G}} \quad (9)$$

ここで漸化式を用いて b_{sw} を消去すると、

$$(SW/SMD)_{t+\Delta t} = (SW/SMD)_t \times e^{-a_{sw} \frac{k_s \Delta t}{G}} \quad (10)$$

ここで得られた各土壌の近似係数 a_{sw} の値は van Genuchten パラメータと対応させることで、一定の関係性を見ることができる。図 5 に van Genuchten パラメータである M と式(10)から得られた a_{sw} の関係を示す。図 5 では、 α の値が大きくなるにつれ、 a_{sw} は減少している。これは α が大きい土壌ほど図 4 の傾きが小さくなる、つまり土壌水分の減少速度が遅くなる傾向にあることを示している。また図 6 に、Richards 式を数値計算で解いた場合の SW の減少（実線）と、式(10)を用いて $t \times K_s/G$ を一定割合で増加させた場合の SW の減少（破線）との比較を示す。ここでは代表土壌として Loam Sand, Sandy Clay Loam, Loam, Silt を用いている。このグラフから Richards 式による数値計算と本検討における近似式は整合性が取れていることがわかる。

3.2. 地表面水分量の計算

浸透モデルにおける土壌の地表面の水分量は、土壌外部の大気と直接接しているため、土壌浸透中の土壌上部からの新たな水分の流入や土壌内水分の大気への蒸発量を決定する上で重要な要素となってくる。

ここでは式(4)を用いて、地表面の有効飽和度 $S_e(0)$ の検討を行う。まず図 7 に $S_e(0)$ の時間経過に伴う減少の図を示す。各土壌の $S_e(0)$ は図 7 にあるように計算開始直後は急激に減少し、時間の経過とともに次第に一定の値に収束していく。これは土壌の上部および下部からの水の出入りが無い状態で、土壌上部にあった水分が浸透し、土壌全体が安定状態になったためと考えられる。また loam sand や sandy loam といった粗い土壌ほど $S_e(0)$ の減少幅が大きく、逆

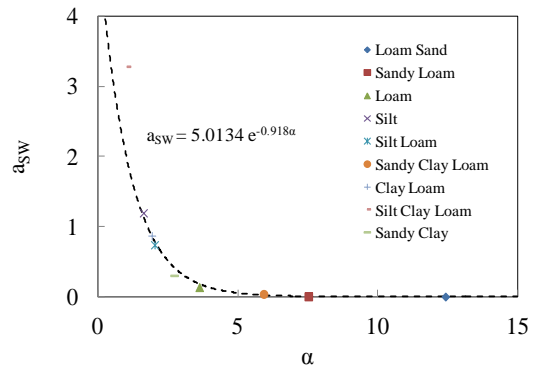


図 5 土壌パラメータ α と a_{sw} の関係

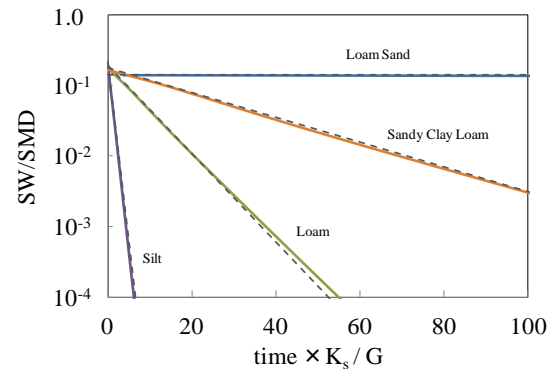


図 6 モデル計算値と近似式との比較(SW)

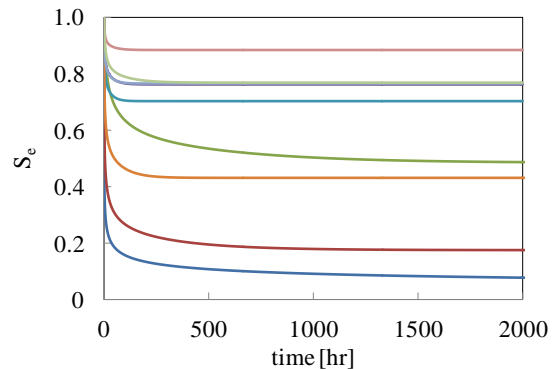


図 7 地表面の S_e の時間変化

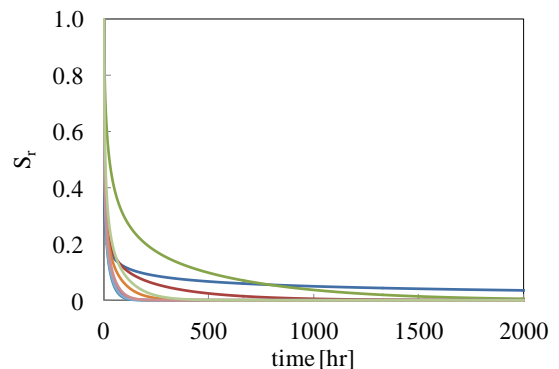


図 8 地表面の S_r の時間変化

に silt clay loam や sandy clay といった粒径が比較的細かい土壌ほど減少幅が小さくなることが図から読み取れる。次に土壌全体の傾向を見るため、式(11)で地表面の有効飽和度を正規化し、それをプロットしたものを図 8 に示す。

$$S_r = \frac{S_e - S_{e,t=\infty}}{1 - S_{e,t=\infty}} \quad (11)$$

ここで $S_{e,t=\infty}$ は、 S_e が時間を無限大にとっていき最小となったときの値である。この図からほとんどの土壌で、 $S_r(0)$ の値が一様な減少傾向を示しているとみることができる。また S_r の $t=1$ のときに 1, $t=\infty$ のときに 0 となる性質を利用し、 S_r を式(12) で表現した。これをプロットすると、図 9 のように S_r を直線に近い形で表わすことが可能となる。

$$S_r = \frac{1}{1 + b_{Sr} \times t^{a_{Sr}}} \quad (12)$$

$$\ln \frac{1 - S_r}{S_r} = a_{Sr} \ln t + \ln b_{Sr}$$

またこれを漸化式を用いて表わすと、

$$\left(\frac{1 - S_r}{b_{Sr} \times S_r} \right)_{t+\Delta t} = \left[\left(\frac{1 - S_r}{b_{Sr} \times S_r} \right)_t^{1/a_{Sr}} + \Delta t \right]^{a_{Sr}} \quad (13)$$

ここで a_{Sr} , b_{Sr} は図 9 における各土壌の値の減少に関する近似係数である。これらの近似係数はそれぞれの van Genuchten の土壌パラメータと対応させると一定の関係性を見ることができる。図 10 では土壌パラメータの α の増加に伴い a_{Sr} が減少していることがわかる。これは α が大きい土壌ほど $S_r(0)$ の減少速度が大きく、つまり $\theta(0)$ の減少速度が大きくなることを示している。図 11 では $\ln K_s$ の増加に伴い b_{Sr} が増加することを示しており、これは K_s が大きい土壌ほど $S_r(0)$ の減少速度が大きく、つまり $\theta(0)$ の減少速度が大きくなることを示している。また図 12 に Richards 式を数値計算で解いた場合の S_e の減少 (実線) と、式(13), (11)を用いて計算された S_e の減少 (破線) との比較を示す。SW と同様に代表土壌として Loam Sand,

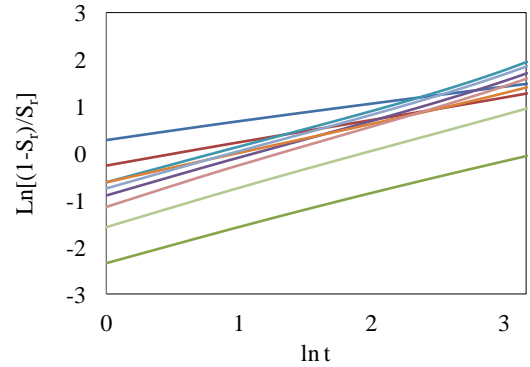


図 9 式(12)を用いて計算した S_r の変化

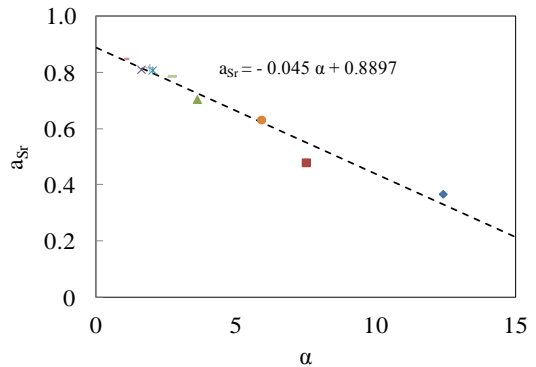


図 10 土壌パラメータ α と a_{Sr} の関係

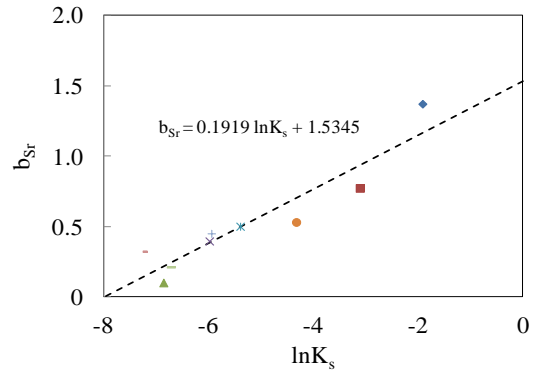


図 11 土壌パラメータ K_s と b_{Sr} の関係

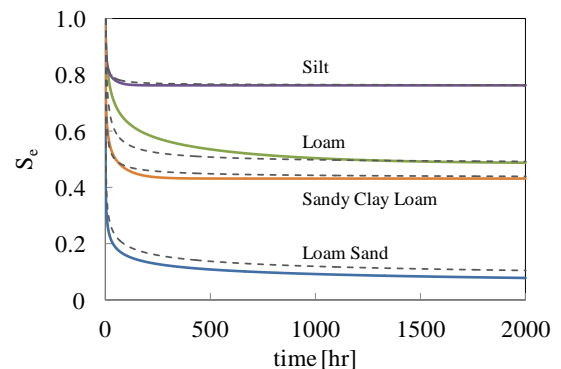


図 12 モデル計算値と近似式との比較 (S_e)

Sandy Clay Loam, Loam, Silt を用いている。このグラフから Richards 式による数値計算と本検討における近似式は整合性が取れていることがわかる。

4. 蒸発を考慮した土壌水分再分布の推定

ここまでの検討で得られた SW と $\theta(0)$ の減少式を用いて蒸発を考慮した土壌内の水分の推定を行った。まず蒸発量 $E[L]$ は可能蒸発量 $E_p[L]$ を用いて以下のように求め、ここで蒸発効率 β は地表面の水分量から求めた。

$$E = \beta E_p \quad (14) \quad \beta = \frac{\theta(0) - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} \quad (15)$$

これを各時間の SW から引き、土壌内の水分量が減少した分だけ SMD が増加する。

$$SW' = SW - E \quad (16) \quad SMD' = SMD + E \quad (17)$$

このとき $\theta(0)$ は以下のように変化していくものとする。

$$\theta'(0) = \theta(0) \times \frac{SW'}{SW} \quad (18)$$

ここで得られた値をこの時間ステップにおける真値とし、次の時間ステップの計算へと進行する。図 13、図 14 に代表土壌として Sandy Clay Loam を用いた場合の β と SW の、Richards 式を数値計算で解いた場合の値（蒸発無し）と、 E_p を $0[\text{mm/hr}]$ （蒸発無し）から $1[\text{mm/hr}]$ まで 0.1 ずつ変化させた場合の値の時間変化を示す。図から E_p が大きいほど β も SW も急激に減少しているのがわかる。また Richards 式で求められた値と $E_p = 0$ の場合のモデル計算における値とを比較すると大きな誤差は無く、同じような傾向で減少していることがわかる。SW が減少するということは、初め上部あった水分が下部への浸透および大気中への蒸発が起こっているということであり、この値は土壌内の水分移動を表わす 1 つの指標と見なすことが出来る。つまりこのモデルを用いることで、土壌内の水分移動を擬似的に求めることが可能である。

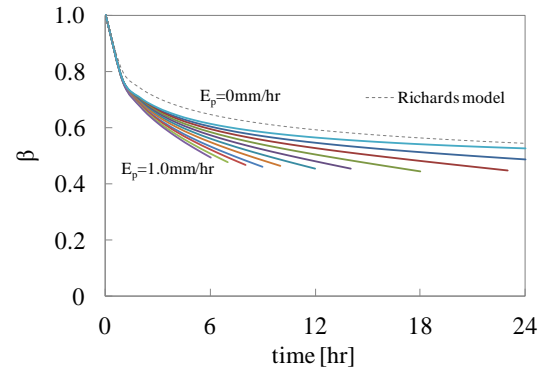


図 13 Sandy Clay Loam における Richards 式を用いて計算した β (破線) と蒸発能を変化させてモデル計算から求めた β (実線) の時間変化

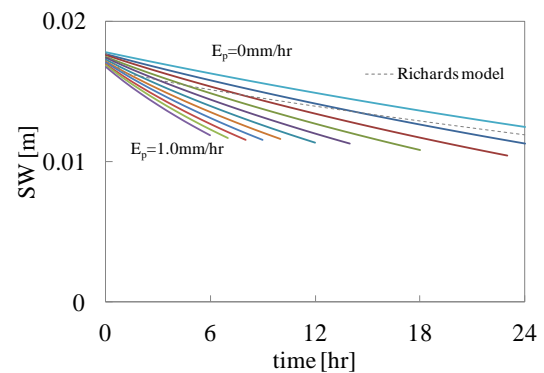


図 14 Sandy Clay Loam における Richards 式を用いて計算した SW (破線) と蒸発能を変化させてモデル計算から求めた SW (実線) の時間変化

5. 結論

本研究では Richards 式を基礎方程式とした土壌浸透モデルを用いて各土壌の浸透プロファイルを求め、そこから得た結果より土壌内の水分移動における計算の簡略化を目指した。結果として、土壌水分再分布の指標である懸垂水帯水分量は van Genuchten の土壌パラメータで表現できることがわかった。同様に、大気-土壌間の水分移動を決定する要因である地表面水分量も van Genuchten の土壌パラメータを用いて表現することができるとわかった。またこれにより、Richards 式を用いて計算された値と同様な傾向を有する、蒸発による土壌内水分の減少を考慮した土壌水分再分布を推定することが可能なモデルを構築した。

参考文献

- (1) Mualem, Y. 1976. A new model for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated porous media. *Water Resour. Res.* 12:513-522
- (2) van Genuchten, M. Th. 1980. A closed form equation for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated soils. *Soil Sci. Am. J.* 44:892-898
- (3) Simunek, J., M. Th. van Genuchten, and M. Sejna, The Hydrus-1D software package for simulating the one-dimensional movement of water, heat, and multiple solutes in variably-saturated media. Version 3.0, HYDRUS Software Series 1, Department of Environmental Sciences, University of California Riverside, Riverside, CA, 270 pp., 2005.
- (4) 金子真郷(2010)：分布型水文モデルへ導入が可能な簡略化した土壌新とモデルの開発。平成22年長岡技術科学大学修士論文
- (5) 小杉賢一郎(2007)：古典を読む Y. Mualem 著「不飽和多孔質体の透水係数を推定する新たなモデルについて」ならびに M. Th. van. Genuchten 著「不飽和土壌の透水係数を推定する閉形式解について」. *J. Jpn. Soc. Soil Phys.* 106:47-60
- (6) 小杉賢一郎(1999)：森林土壌の雨水貯留能を評価するための新たな指標の検討. *J. Jpn. For. Soc.* 81(3):226-235
- (7) Kond, J., N. Saigusa and T. Sato, 1990: A Parameterization of Evaporation from Bare Soil Surface. *J. Appl. Meteor.*, 97:739-774
- (8) Davies, J. A. and Alle, C. D., 1973: Equilibrium, potential and actual evaporation from cropped surface in southern Ontario. *J. Appl. Met.*, 12:649-657
- (9) ウィリアム・ジュリー+ロバート・ホートン=著、取手伸夫=監修、井上光弘+長裕幸+西村拓+諸泉利嗣+渡辺晋生=訳：土壌物理学 土中の水・熱・ガス・化学物質移動の基礎と応用、築地書館、2006
- (10) Roger E. Smith with Keith R. J. Smettem, Philip Broadbridge and D. A. Woolhiser : *Infiltration Theory for Hydrologic Applications*, American Geophysical Union Washington, DC, 2009
- (11) 杉田倫明、田中正 編集、筑波大学水文科学研究室 著：水文科学、共立出版、2009
- (12) 近藤純正 編著：水環境の気象学 - 地表面の水収支・熱収支 -、朝倉書店、1994