実河川を想定した一次元開水路における非定常流解析

水工学研究室　　山中　悠資
指導教官　　細山田　得三

1.　はじめに

河川は水資源として利用されているが，その一方で水災害を引き起こす原因ともなる．河川の地形は，その流れにより地形を構成する土砂の生産・移動が繰返され，時々刻々変化している．防災や将来的な地形変化を予測するという観点において，河川流を推定するということは重要である．また，河口付近においては海岸波動と河川流が互いに影響を与え，河川流はさらに複雑に挙動すると考えられるが，これらの現象は未だ解明されていない．これまでに河川流や海岸波動と河川流の相互作用を推定する研究は数多く行われてきた．ある程度の傾向を把握することについては成果を挙げているものの，いずれの研究も河川断面を長方形などに理想化している場合が多い．断面を長方形に近似すると川幅が水深に対して一定となり，水位上昇速度が現実と異なることになる．

国土交通省河川局所属の河川事務所では，管轄する河川断面の横断測量をほぼ毎年実施している．これらのデータを元に河川流を推定し，その結果を蓄積・整理して総合的に評価することが，実河川における様々な現象の解明につながると考えられる．本研究では実河川断面を近似的に再現するアルゴリズムを構築した．

河川における非定常流の数値計算は，非線形長波方程式を基本としているが，その解法には様々なものが提案されている．本研究ではその中の一つである FDS 法を一次元開水路に適用し，解析を行った．FDS 法は衝撃波の補足を目的に開発された手法であり，数値流束の概念を導入し，この数値流束の差を流れの特性の伝播方向に分割して配分を行う方法である．図 1 に一次元セルモデルを示す．FDS 法では図 1 のようなセルモデルの整数点番号の格子内のパラメータを時間発展させて求める．また，$i \pm 1/2$ は隣接する格子との境界を表す．開水路では常・射流の共存する場においてもこれを適用することができる．これを一次元開水路における非定常流解析に適用し，実河川流及び海岸波動と河川流の相互作用について解析を行った．

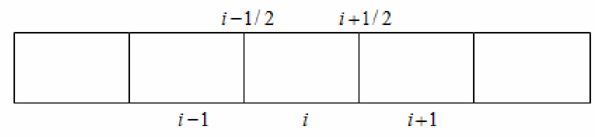


図 1　一次元セルモデル

2.　FDS 法の非定常流解析への適用

河川の支配方程式は以下の非線形浅水波の式を用いた．

$$\frac{\partial A}{\partial t}+\frac{\partial Q}{\partial x}=0 \tag{1}$$

$$\frac{\partial v}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{2}v^2+gh\right)=g(I-I_e) \tag{2}$$

$$\frac{\partial Z_b}{\partial t}=-\frac{1}{(1-\lambda)}\frac{\partial q_B}{\partial x} \tag{3}$$

$$\frac{\partial AC}{\partial t}+\frac{\partial vAC}{\partial x}=K\frac{\partial^2 AC}{\partial x^2} \tag{4}$$

ここに，t は時間，x は流下距離，A は断面積，Q は流量，v は流速，h は水深，g は重力加速度，I 及び I_e は河床勾配及びエネルギー勾配，Z_b は河床位，q_B は掃流砂量，λ は砂の空隙率，C は物質濃度，K は拡散係数である．エネルギー勾配はマニング式で，掃流砂量はブラウンの式で評価するものとしている．(1)式が非定常流の連続式，(2)式が開水路における運動方程式，(3)式が土砂の連続式，(4)式が移流拡散方程式である．(1)～(4)式をベクトルで表示すると次のように表される．

$$\frac{\partial W}{\partial t}+\frac{\partial E}{\partial x}=S \tag{5}$$

$$W=\begin{pmatrix} A \\ v \\ Z_b \\ AC \end{pmatrix} E=\begin{pmatrix} Q \\ \frac{1}{2}v^2+gh \\ \frac{q_B}{1-\lambda} \\ vAC \end{pmatrix} S=\begin{pmatrix} 0 \\ g\left(I-I_e\right) \\ 0 \\ K\frac{\partial^2 AC}{\partial x^2} \end{pmatrix}$$

さらに(5)式を離散化すると

$$W_i^{n+1}=W_i-\frac{dt}{dx}\left(\tilde{E}_{i+1/2}-\tilde{E}_{i-1/2}\right)+dtS_i \tag{6}$$

となる．我々は整数点でのパラメータしか持たないから，FDS 法では $i\pm1/2$ 点での数値流束 E を次のように評価する．

$$\tilde{E}_{i+1/2}=\frac{1}{2}\left[E_{i+1}+E_i-\left|\overline{A}\right|_{i+1/2}\left(W_{i+1}-W_i\right)\right] \tag{7}$$

$$\left|\overline{A}\right|_{i+1/2}=R_{i+1/2}\left|\Lambda\right|_{i+1/2}R_{i+1/2}^{-1} \tag{8}$$

ここに， $\overline{A}$ はヤコビアン行列， $\left|\Lambda\right|$ は対角行列であり，その成分は絶対値である．

3.　実河川断面の諸元

解析を行うためには実河川断面の諸元を求める必要がある. 具体的には, 水深 h , 断面積 A , 水面幅 B , 潤辺 S , 径深 R である. 本研究では, 地方整備局河川部が行っている河道の横断測量のデータを用いて実河川断面を近似的に再現し，その諸元を求める．

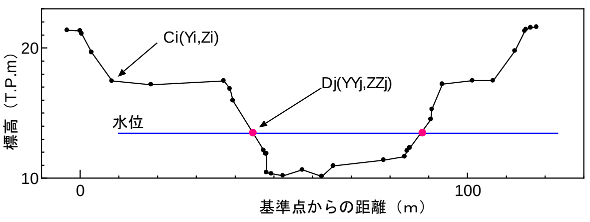


図２　各測量点 C_i と水位以下の標高を持つ地点 D_j の概念図

図２に各測量点 C_i と水位以下の標高を持つ地点 D_j の概念図を示す． C_i は全ての測量点に割り当てられ, その地点番号を i $(i=1,2,\cdots n)$ とする．また，断面内に任意の水位が与えられたとき，水位以下の標高を持つ測量点を D_j とし，地点番号を j $(j=1,2,\cdots m)$ とする．このとき，水位と等しい標高を持つ地点を新たに作製する．この地点も D_j に含むこととする．図２の断面形状は実河川断面を横断測量した結果の一例である．図２の断面では, 約 30 箇所で測量が実施されており，各測量点には，基準点からの横断方向の距離と標高が与えられている．この各測量点を直線で結ぶことで，近似的に実河川断面を再現することができ，これを用いることで，実河川断面の諸元を求めることができる．また， C_i が持つ基準点からの横断距離と標高を (Y_i,Z_i) $(i=1,2,\cdots n)$ とし， D_j が持つ基準点からの横断距離と標高を $\left(YY_j,ZZ_j\right)$ $(j=1,2,\cdots m)$ とする．ここで，実河川断面の形状と水位によっては，河川内で断面が複数に分かれる場合がある．このとき，河川内に生じた小断面の数を r とすれば, 各小断面が持つ端点の総数は $2r$ となり，その総数は常に偶数となる．また，各小断面が持つ水位と等しい標高を持つ地点の地点番号 $P(k)$ $(k=1,2\cdots 2r)$ は水位以下の標高を持つ地点の地点番号 j $(j=1,2,\cdots m)$ から選択され， $\left[P(2k-1),\ P(2k)\right]$ $(k=1,2\cdots r)$ で囲まれる区間が小断面である．ただし， $P(k)$ の値は $P(k)\le P(k+1)$ $(k=1,2\cdots 2r-1)$ である．そして，各地点間を直線で結ぶことにより次のような近似式が成り立つ．なお，以下の公式は河川断面の形状および水位によらず適用される．

$$B=\sum_{k=1}^{r}\left|YY_{P(2k)}-YY_{P(2k-1)}\right| \tag{9}$$

$$DY=YY_{j+1}-YY_j \tag{10}$$

$$S=\sum_{k=1}^{r}\sum_{j=P(2k-1)}^{P(2k)-1}\sqrt{\left(ZZ_{j+1}-ZZ_j\right)^2+DY^2} \tag{11}$$

$$A = \sum_{k=1}^{r} \sum_{j=P(2k-1)}^{P(2k)-1} (H_j + H_{j+1}) \times |DY| \times \frac{1}{2} \qquad (12)$$

$$H_j = Zw - ZZ_j \quad (j = 1,2,\cdots m) \qquad (13)$$

$$R = \frac{A}{S} \qquad (14)$$

ここに，B：水面幅，S：潤辺，A：断面積，R：径深，H：水深，Zw：水位，ZZ：標高である．以上のようにすることで，近似的に再現された実河川断面の諸元を求めることができる．

4．水深の推定

(6)式では断面積A，流速v，河床の高さZ_b，単位長さ当たりの物質濃度ACの更新値が求まる．水深hの更新値はこれらの量から算出する必要がある．本研究で対象とする断面は複雑な形状を有しており，そのような断面で水深を求めることは困難である．そこで，断面の水深と断面積の関係について調べた．図3に図2の断面の水深と断面積の関係を示す．

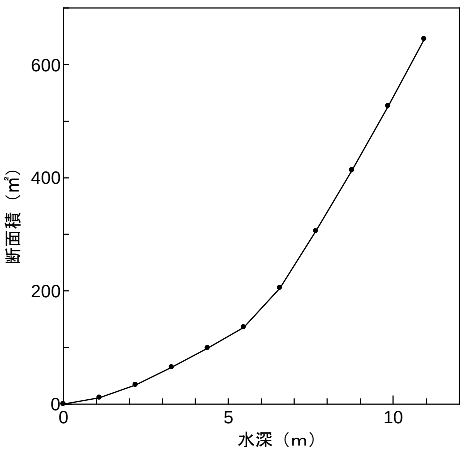


図3　水深と断面積の関係

図3は図2の断面にいくつかの水深を与えたとき，その値から求まる断面積をプロットし，直線で結んだものである．なお，水深は以下の式により与えた．

$$h'_k = (Z\max - Z\min)\frac{k}{N} \quad (k = 1,2,\cdots N) \qquad (15)$$

ここに，h'_k：任意に与えた水深，$Z\max$：右岸堤防と左岸堤防の標高のうち小さい方，$Z\min$：断面内の最低標高，N：断面分割数である．各点間における水深は一次線形補間により求められるものとすると，断面積の更新値A^{n+1}が$A'_k \le A^{n+1} \le A'_{k+1}$ $(k = 1,2,\cdots N-1)$であるとき，次式が成立する．

$$h^{n+1} = \frac{A^{n+1} - b}{a} \qquad (16)$$

ただし

$$a = \frac{A'_{k+1} - A'_k}{h'_{k+1} - h'_k} \qquad (17)$$

$$b = A'_k \qquad (18)$$

ここに，a：傾き，b：切片である．(16)式を用いることで，断面積の更新値A^{n+1}が与えられたときの水深h^{n+1}を求めることができる．

ここで，FDS法により求まった断面積の更新値A^{n+1}と，推定した水深h^{n+1}から求まる断面積A_*^{n+1}の間には以下の関係が成立すべきである．

$$A^{n+1} = A_*^{n+1} \qquad (19)$$

しかし求めた水深h^{n+1}は近似値であることから，A^{n+1} とA_*^{n+1} が完全に一致することはない．そこで，(18)式に代わり次式を最小化させることで一定の精度を保障させるものとした．

$$f = \lim_{N\to\infty} \left| A^{n+1} - A_*^{n+1} \right| \quad \to \min \qquad (20)$$

ここに，f：真値A^{n+1}に対する推定値A_*^{n+1}の残差である．(15)式の断面分割数Nを無限に大きくすることで(20)式は限りなくゼロに近づくが，断面分割数Nとシミュレーションに要する時間は比例関係にあるため，Nを無限に大きな値にすることは現実的ではない．したがって断

面分割数 N は可能な限り小さな値であり，かつそのときの残差 f が限りなくゼロに近い値をとるものが最も合理的である．そこで，そのような断面分割数 N を設定するために断面分割数 N と残差 f の関係を調べた．その結果を図 4 に示す．なお，図 4 は図 2 の断面における結果である．図 4 から，N が 1000 以上の値をとると誤差が収束したと判断することができる．したがって，N は 1000 以上の値が望ましいと考えられる．また，この結果は断面の形状により変化すると考えられるため，本研究では N を大きく見積もり，$N = 5000$ を採用した．

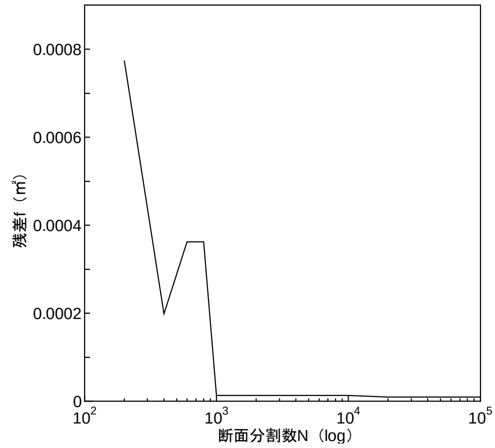
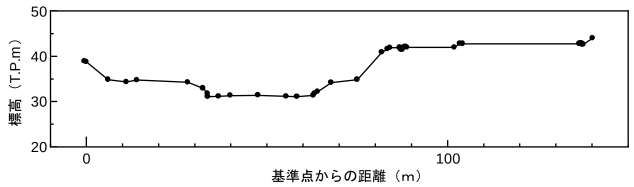
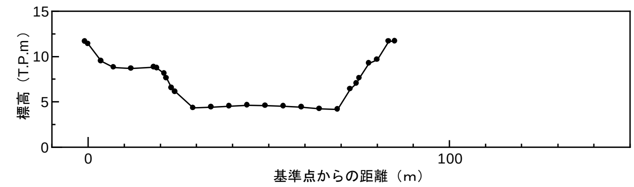


図 4　断面分割数 N と残差 f

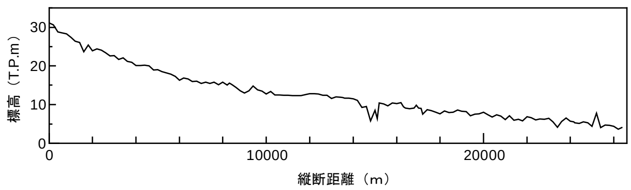
5．解析結果



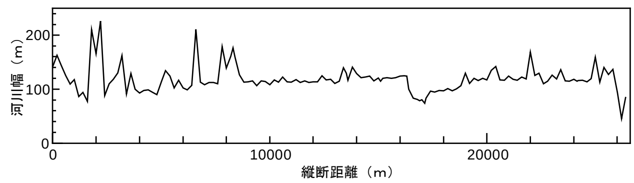
(A)　上流端断面



(B)　下流端断面

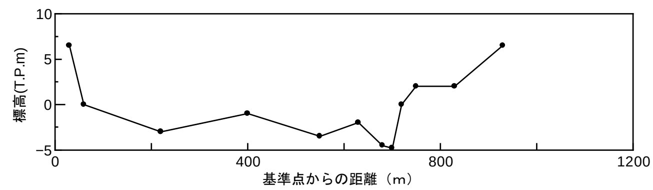


(C)　河床勾配

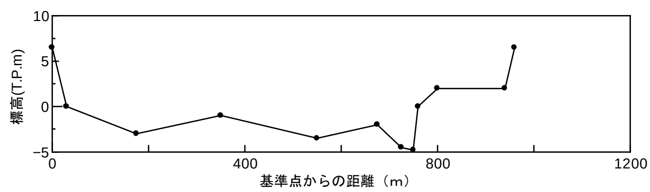


(D)　河川幅

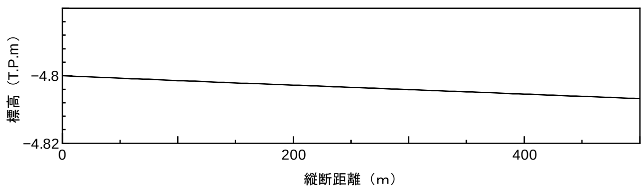
図 5　解析に用いた河川形状 I



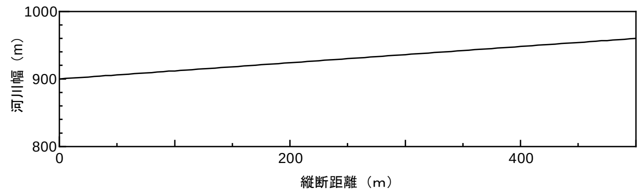
(A)　上流端断面



(B)　下流端断面



(C)　河床勾配



(D)　河川幅

図 6　解析に用いた河川形状 II

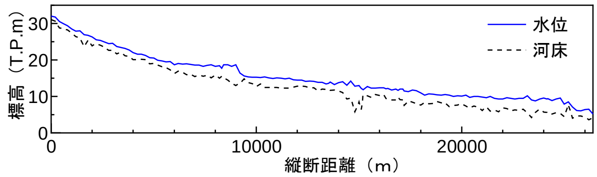
解析に用いた河川形状と図 5~図 6 に示す．図 5 は新潟県刈谷田川の河川形状であり，図 6 は新潟県阿賀野川の下流代表断面を参考にして作製した河川形状である．実河川断面の横断測量は数百 m ピッチで行われているため, そのデータを使用した場合，波と流れの相互作用を検討するためには格子間隔が大きすぎる．そのため，河川流の解析を行う場合は図 5 の河川形状を，海岸波動と河川流の相互作用について解析を行う場合は図 6 の河川形状を使用した．図 5 の河川形状は断面の情報が 200m ピッチで存在するのに対して，図 6 の河川形状は 5m ピッチで断面の情報が存在する．また，図 5 の実河川断面は全ての断面の形状が異なるため，上流端と下流端の断面のみを示している．さらに，図 6 の解析対象となっている区間内の断面は，上流端断面と下流端断面を用いた一次線形補間により求められる．なお，図 5〜6 の縦断距離とは上流端からの距離である．

図 7 に実河川における河川流の解析結果を示す．図 7(A)は，解析開始から 1 時間経過したときの水面形であり，境界条件として上流端の水深を 1m に設定している．なお，図 7(A)に示される水面形はその値に収束しており，定常状態に達したと判断することができる．また，図 7(B)にそのときの流速を示す．さらに，図 7(C)は初期地形に対する土砂の堆積量を示している．河床を構成する土砂のパラメータとして，密度 2.65, 空隙率 0.3, 粒径 1cm を与えている．海岸波動と河川流の相互作用に関する解析結果を図 8 に示す．解析は，下流から波を sin 波として発生させた．図 8 は波の発生が開始してから 15 分後の水面形であり，Case1 を基準にして，Case2 では波の周期を，Case3 では波の振幅を，Case4 では河川流量をそれぞれ大きくして解析を行った．

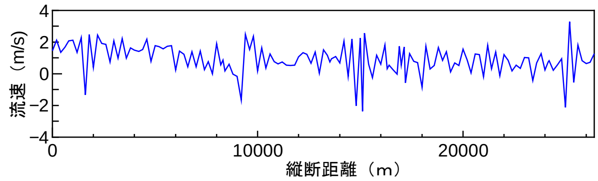
図 7 の実河川における河川流の解析では，水面形と土砂堆積量についてはある程度理論的に整合性のある結果を得ることができた．河床勾配が急になっている箇所では水深が小さく，土砂の増減が大きくなり，河床勾配が緩やかな箇所ではその逆の現象を示している．また，河床が局所的に低くなったり高くなったりしている箇所では，それに応じた水深及び土砂堆積量が得られている．流速については，順勾配部ではある程度妥当性のある結果を得ることができたが，逆勾配部においてはその勾配の大きさに応じて流速が負の方向に大きくなるという結果となった. FDS 法により求められるパラメータは全て格子内平均値であるため，格子内に卓越した負の流速が存在する場合，結果として負の流速を得ることになる．これは数学的には正しいが，物理的にはあり得ない結果である．流速は水深及び土砂堆積量の推定にも影響するため，逆勾配部における流速をどのようにして考え，取り扱っていくのかということが重要になるが，その解決法を見出すまでには至らなかった．図 8 は波の発生が開始してから 15 分後の水面形であり，波が定常的に発生している状態であるとみなすことができる．各解析ケースにおいて，波が下流から上流に向かって遡上する様子が確認されたが，波が遡上する距離は解析ケースにより異なるという結果となった．Case1 に対して波の遡上距離に最も大きな差が出たのは Case2 であった. これは波の周期と河川の流れが持つ固有周期の関係によるものだと考えられるが，解析ケースが少ないため，さらに多くの解析ケースで解析を行い，これを確認する必要がある．

5. まとめ

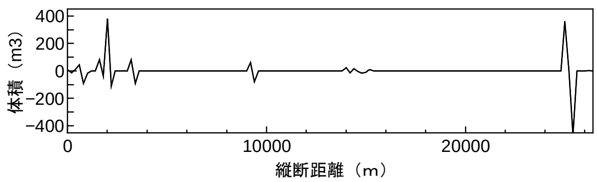
新潟県刈谷田川の横断測量データを用いて，刈谷田川の平常時の流れ及び地形変化を表現することができた．しかし河床勾配が逆勾配を示す箇所については流速が不連続な解を捕らえ，それに影響される水深や土砂堆積量の推定精度について疑問が残る結果となった．また，阿賀野川河口付近を想定した河川断面を用い



（A）　水面形

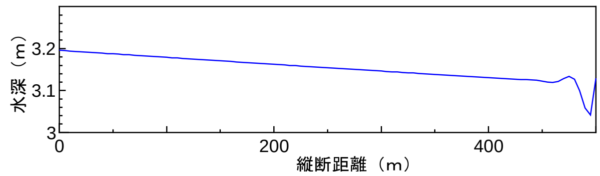


（B）　流速

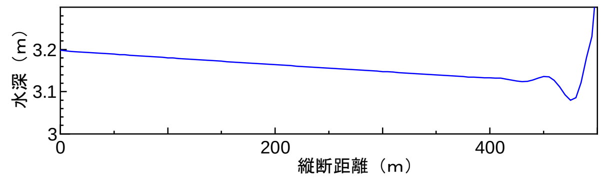


（C）土砂堆積量

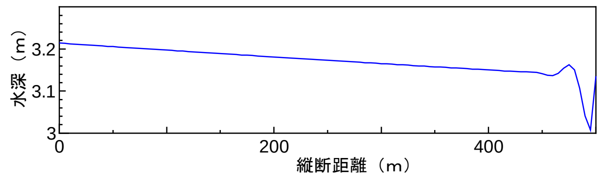
図７　実河川流の解析結果



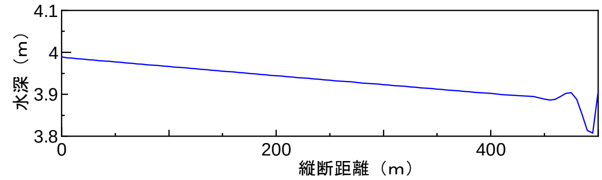
（A）　Case1



（B）　Case2



（C）　Case3



（D）　Case4

図-8　波と流れの解析結果

て，海岸波動と河川流の相互作用について検討した結果，それらの共存場では，波の周期と河川が持つ固有周期の関係が，支配的に河川流に影響を与えることがわかった．今後は解析に用いる水路で河床勾配が逆勾配を示す箇所における流速の取り扱い方について検討していく必要がある．

参考文献

1）藤田一郎，西堀剛士：ＦＤＳ法による常射流混在流の計算，土木学会中部支部研究発表会講演概要集，pp.151-152，1995
2）大川秀典，清水康行，森明臣：ＦＤＳを用いた開水路における流れの数値計算，土木学会論文集 No.614，pp.37-49，1999
3）許東秀，水谷法美，前田祐介：３次元波動場における波・流れの相互作用に関する数値計算，土木学会第５７回年次学術講演概要集，pp.15-16，2002
4）大堀文彦，李光浩，水谷法美：河口部から入射する波と流れの相互作用に関する基礎的研究，土木学会中部支部研究発表会講演概要集，pp.179-180，2008
5）桑原真吾，大堀文彦，李光浩，水谷法美：河口部における波と流れの相互作用に関する実験的研究，土木学会中部支部研究発表界講演概要集，pp.181-182，2008
6）川合茂，和田清，神田佳一，鈴木正人：河川工学，コロナ社，pp53-116，2007

謝辞

新潟県土木部河川管理課の河川の横断測量データを使用させて頂いた．ここに記して謝意を表する．