剛塑性有限要素変形解析手法の開発と土構造物への適用

建設工学専攻 環境防災研究室 氏名:保科 隆 指導教員:大塚 悟

に対しては、有効的な手法とは言えない.

そこで本研究では、これらの問題に対して強みを 持つ剛塑性有限要素法を用いた、動的荷重に対する 変形解析手法の開発を行った.また、要素試験解析 や理論解との比較を実施することで、本解析手法の 妥当性を明らかにし、斜面において変形解析を実施 することで、その適用性を明らかにした.

本稿では、はじめに地盤材料の剛塑性構成式の誘 導および接触型・梁要素の剛塑性構成式の誘導と、 安定性評価および変形計算の支配方程式の定式化を 示し、次に解析結果とその考察を示すものとする.

2. 剛塑性有限要素法

2-1 地盤材料の剛塑性構成式の誘導

剛塑性構成式は極限解析の上界定理から求められ る支配方程式と等価な構成関係を与える構成式であ り、地盤工学分野では田村によって開発され、安定 性評価に用いられるようになった.本研究では、田 村³⁾の所論に従って、地盤材料に関する剛塑性構成 式を誘導する.Tamura et al.⁴⁾は*Drucker-Prager*型の降 伏関数を用いた剛塑性構成式を以下のように誘導し ている.降伏関数を応力の第一不変量 I_1 ,偏差応力 の第二不変量 J_2 を用いて次式のように表す.ここに、 *a、ψ* は*Mohr-Coulomb*の破壊基準に基づく*c、* ϕ と関 係付けられる係数であり、引張応力を正と定義し、 応力を σ ,偏差応力をsで表すと以下の式(1)となる.

$$f(\mathbf{\sigma}) = \omega I_1 + \sqrt{J_2} - \psi = 0$$

$$I_1 = tr(\mathbf{\sigma})$$

$$J_2 = \frac{1}{2}\mathbf{s} : \mathbf{s}$$

(1)

1. はじめに

斜面の安定性の評価手法として,従来,極限平衡 法が用いられてきた.極限平衡法は滑動力と抵抗力 から成る力のつりあい式を解くため,計算自体は簡 便であるが,計算には崩壊形態の仮定が必要である ことや,トップリング等の詳細な崩壊メカニズムの 表現,対策工と斜面間の相互作用力を精密に表現で きないといった問題がある.

本研究では、これらの問題に対し、極限平衡法と 同様の性質を持ち、利便性、厳密性に優れた剛塑性 有限要素法(RPFEM)に着目し、斜面の安定性表手 法の開発を行った. RPFEM は主に金属の塑性加工の 分野で用いられている手法であり、応力~ひずみ速 度間の構成関係に基づいて定式化されている.また 本研究では、斜面問題を高精度に解くために、浸透 流、強度の不連続性、対策工を考慮するといった高 度化を図った.これらの地盤問題への適用について は、既往の研究(大塚ら¹⁾、浅岡・大塚²⁾)におい て、斜面の安定性を合理的に評価できることを明ら かにしている.

しかし,近年,地震法の改正に伴い,斜面崩壊の 規模予測や変形量計算などの問題が注目されるよう になった.安定性評価では,極限解析に基づいて解 くことから,変形を評価することができない.この ような問題を解く方法として,従来用いられてきた のは,弾性変形から塑性変形まで追従できる弾塑性 有限要素法であるが,計算に必要な材料パラメータ が多いことや,初期応力の状態が解に影響を与える ことから,自然斜面などの不明確な情報を持つ対象 塑性変形を生じる物体の応力 σ を,構成式から求め られる決定応力 $\sigma^{(1)}$ と,構成式のみでは求められない 非決定応力 $\sigma^{(2)}$ に分解する.決定応力 $\sigma^{(1)}$ は関連流れ 則により以下のように表される.

$$\boldsymbol{\sigma}^{(1)} = \frac{\boldsymbol{\psi}}{\sqrt{3\omega^2 + 1/2}} \frac{\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{\mathbf{p}}}{\dot{\boldsymbol{e}}}, \quad \dot{\boldsymbol{e}} = \sqrt{\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{\mathbf{p}} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{\mathbf{p}}}$$
(2)

式中の ^{*p*}は塑性ひずみ速度, *e* は等価塑性ひずみ 速度である.非決定応力**σ**⁽²⁾は降伏関数(1)の直線部分

(図-1)に沿う応力成分であり,構成式から直接求 めることが出来ない.しかし,降伏関数上に応力が あることを利用して非決定応力の成分(不定応力) を以下のように表すことが出来る.降伏関数式(1)に 関連流れ則を適用すると,塑性ひずみ速度の条件式 (体積変化特性)が求められる.ここに_を⁹は塑性体 積ひずみ速度である.





式(3)は降伏関数(1)と直交する塑性ひずみ速度に 関する条件式であることを利用すると,**σ**⁽²⁾は不定定 数*α*を用いて次式のように表される.

$$\boldsymbol{\sigma}^{(2)} = \alpha \frac{\partial h}{\partial \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{\mathbf{p}}} = \alpha \left\{ \mathbf{I} - \frac{3\omega}{\sqrt{3\omega^2 + 1/2}} \frac{\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{\mathbf{p}}}{\dot{\boldsymbol{e}}} \right\}$$
(4)

Iは単位テンソルを表す.式(2),式(4)より
 Drucker-Prager型降伏関数に対する剛塑性構成式は
 次式になる.

$$\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{\sigma}^{(1)} + \boldsymbol{\sigma}^{(2)} = \frac{\boldsymbol{\psi} - 3\omega\alpha}{\sqrt{3\omega^2 + 1/2}} \frac{\dot{\boldsymbol{e}}^{\mathbf{p}}}{\dot{\boldsymbol{e}}} + \alpha \mathbf{I}$$
(5)

この構成式は不定係数αを含んでいるが,式(3)の制 約条件と共に境界値問題の解析を実施することによ り,αを求めることが出来る.

剛塑性構成式は変形している物体に適用可能なことから,剛体状態の物体には適用できない.しかし, 安定解析では剛体を含めた解析が必要なことから, 次のように剛塑性構成式を拡張する.等価塑性ひず み速度 *e* がある閾値 *e*₀ を下回る場合に*e* を *e*₀ に置き 換える操作を行うと式(6)が得られる.

この操作は剛体領域で等価塑性ひずみ速度が小さ くなることに伴う,式(5)でゼロによる割算を防ぐ効 果がある.また,式(6)を最右辺のように書き直すと, \dot{e}_0 による置き換えは地盤の強度を(\dot{e}/\dot{e}_0 <1)で割り 引く効果がある.したがって,式(6)はせん断強度を 見掛け上,低下させた構成式を作成するのと同じ効 果を期待でき,剛体部分にも微小な塑性変形を許容 することによって降伏関数内の応力に対しても式 (5)と同様の構成関係を構築し,安定して力のつり合 い式を解くことが可能になる.閾値 \dot{e}_0 は,事前に \dot{e}_0 を変化させた数値実験を実施し,安全率の算出に影 響を及ぼさない値を用いている.

$$\mathbf{\sigma} = \mathbf{\sigma}^{(1)} + \mathbf{\sigma}^{(2)}$$

$$= \frac{\psi - 3\omega\alpha}{\sqrt{3\omega^2 + 1/2}} \frac{\dot{\mathbf{\epsilon}}^{\mathbf{p}}}{\dot{e}_0} + \alpha \mathbf{I} = \left(\frac{\psi - 3\omega\alpha}{\sqrt{3\omega^2 + 1/2}} \frac{\dot{e}}{\dot{e}_0} \frac{\dot{\mathbf{\epsilon}}^{\mathbf{p}}}{\dot{e}} + \alpha \mathbf{I}\right)$$
in case of $\dot{e} \le \dot{e}_0$ (6)

斜面安定解析では斜面の安全率がせん断強度の低 減係数によって定義される降伏関数および体積変化 特性を,安全率Fsを用いて次のように表わす.

$$f(\mathbf{\sigma}, Fs) = \frac{\omega}{Fs}I_1 + \sqrt{J_2} - \frac{\psi}{Fs} = \hat{\omega}I_1 + \sqrt{J_2} - \hat{\psi} = 0 \quad (7)$$

$$h(\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{\mathrm{p}},Fs) = \dot{\varepsilon}_{v}^{\mathrm{p}} - \frac{3\hat{\omega}}{\sqrt{3\hat{\omega}^{2} + 1/2}}\dot{\boldsymbol{e}} = \dot{\varepsilon}_{v}^{\mathrm{p}} - \hat{\beta}\dot{\boldsymbol{e}} = 0$$
(8)

ここに、 $\hat{\boldsymbol{\beta}}$ は強度低減係数を用いる際に式(8)から求まる係数である.

本研究では解析速度の高速化を目的に制約条件をペナルティ法によって陽に取り組む方法を用いる

(*κ*:ペナルティ定数)と不定係数αの代わりに*h*が 関係付けられる.以上から剛塑性構成式は最終的に 次の方程式で与えられる.

$$\boldsymbol{\sigma} = \frac{\hat{\psi}}{\sqrt{3\hat{\omega}^2 + 1/2}} \frac{\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{\mathbf{p}}}{\dot{\boldsymbol{e}}} + \kappa \left(\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{\nu}^{p} - \hat{\boldsymbol{\beta}}\dot{\boldsymbol{e}}\right) \left\{ \mathbf{I} - \frac{3\hat{\omega}}{\sqrt{3\hat{\omega}^2 + 1/2}} \frac{\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{\mathbf{p}}}{\dot{\boldsymbol{e}}} \right\}$$
(9)

また,剛塑性構成式は変位速度の大きさが不定の ために,以下の制約条件とともに解析することによ り,安全率が求められる.この制約条件もペナルテ ィ法によって,力のつりあい式に陽に取組む.ここ にxは物体力,tは表面力を表す.

$$\int_{V} \mathbf{x} \cdot \dot{\mathbf{u}} dV + \int_{S_{\sigma}} \mathbf{t} \cdot \dot{\mathbf{u}} dS = 1$$
(10)

2-2 接触面の剛塑性構成式の誘導

異なる物体が線的(2次元問題)に接するときの 接触面での応力~変位速度関係を剛塑性構成式により記述する.

接触面では変位速度場の不連続性を考慮し、応力 ベクトルtにMohr-Coulomb型の降伏関数を用いる.

$$f(\mathbf{t}, Fs) = |t_s| - \hat{c}_s + t_n \tan \hat{\phi}_s = 0 \tag{11}$$

ここに、 t_s 、 t_n は不連続線に作用する応力ベクトル tのせん断、垂直方向の成分であり、 $\hat{\phi}_s$ 、 \hat{c}_s は不連続 線でのせん断抵抗角、粘着力より定まる材料パラメ ータである.これらの定数は強度定数と強度低減係 数による次の関係がある.

$$\hat{\phi}_s = \tan^{-1} \left(\frac{\tan \phi_s}{Fs} \right) \tag{12}$$

速度不連続線の相対的な変位速度ベクトル $\Delta \dot{\mathbf{u}} \epsilon$ +面の変位速度ベクトルを $\dot{\mathbf{u}}^+$, 一面での変位速度ベ クトルを $\dot{\mathbf{u}}^-$ の差で定義する(**図**-2参照).

$$\Delta \dot{\mathbf{u}} = \dot{\mathbf{u}}^+ - \dot{\mathbf{u}}^- \tag{13}$$

不連続線のせん断に伴う運動条件(体積変化特性) は次式で表される.

$$h(\Delta \dot{\mathbf{u}}, Fs) = |\Delta \dot{u}_s| \tan \hat{\phi}_s - \Delta \dot{u}_n$$

= $\begin{bmatrix} \Delta \dot{u}_s \cdot \tan \hat{\phi}_s / |\Delta \dot{u}_s| & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \dot{u}_s \\ \Delta \dot{u}_n \end{bmatrix} = \mathbf{a} \cdot \Delta \dot{\mathbf{u}} = 0$ (14)

 $\Delta \dot{u}_s$, $\Delta \dot{u}_n$ は相対変位速度の水平および鉛直方向 成分である. 地盤材料と同様に降伏関数式(14)によ って定まる決定応力 $t^{(1)}$ と定まらない非決定応力 $t^{(2)}$ に分けて構成関係を誘導すると, 次の剛塑性構成式 が得られる.

$$\mathbf{t}^{(1)} = \hat{\gamma}_s \frac{\partial f}{\partial \mathbf{t}} = \hat{\gamma}_s \begin{pmatrix} \cos \hat{\phi}_s \frac{\Delta \dot{\mathbf{u}}}{\|\Delta \dot{\mathbf{u}}\|} \\ \sin \hat{\phi}_s \end{pmatrix} = \frac{\hat{c}_s}{\cos \hat{\phi}_s (1 + \tan^2 \hat{\phi}_s)} \frac{\Delta \dot{\mathbf{u}}}{\|\Delta \dot{\mathbf{u}}\|}$$

$$\mathbf{t}^{(2)} = \omega_s \frac{\partial h}{\partial \Delta \dot{\mathbf{u}}} = \omega_s \begin{pmatrix} \tan \hat{\phi}_s \frac{\Delta \dot{\mathbf{u}}}{\|\Delta \dot{\mathbf{u}}\|} \\ -1 \end{pmatrix} = \xi (\mathbf{a} \cdot \Delta \dot{\mathbf{u}}) \mathbf{a}$$

$$\mathbf{t} = \mathbf{t}^{(1)} + \mathbf{t}^{(2)} = \frac{\hat{c}_s}{\cos\hat{\phi}_s (1 + \tan^2 \hat{\phi}_s)} \frac{\Delta \dot{\mathbf{u}}}{\|\Delta \dot{\mathbf{u}}\|} + \xi (\mathbf{a} \cdot \Delta \dot{\mathbf{u}}) \mathbf{a}$$
(15)

ここに *と*はペナルティ定数であり、制約条件式(14)を陽に構成式中に導入している.

また∥∆ů∥は相対変位速度のノルムであり、相対変 位速度が小さい場合には閾値∥∆ů∥₀に置き換える操 作により2つの物体が一体として挙動する運動を記 述する.



図-2 応力ベクトルと相対変位速度ベクトル

2-3 梁要素の剛塑性構成式の誘導

補強材を梁要素により表現するために,地盤と同様に梁部材の剛塑性構成式を新たに誘導する(引張力を正).本研究では補強材の軸力 N と曲げモーメ

ントMを考慮して,降伏関数に $\mathbf{20-3}$ に示す楕円型の関数を仮定した.ここに,a,b, σ_0 は補強材の材料特性を表すパラメータであり,斜面安定解析の安全率に従い,強度低減係数を導入している.

$$f(N,M,Fs) = \left(\frac{N}{A}\right)^2 + \left(\frac{y}{I}M\right)^2 - \left(\frac{\sigma_0}{Fs}\right)^2 \qquad (16)$$
$$\equiv (aN)^2 + (bM)^2 - \overline{\sigma}_0^2 = 0$$

ここに、A, y, I, σ_0 はそれぞれ補強材の断面積, 半径, 断面二次モーメント,降伏応力を表している. 以下のように換算塑性ひずみ速度 i^p を式(17)で定義すると,関連流れ則より式(20)を誘導できる.ここに、 λ は塑性定数,eは換算塑性ひずみ速度のノルムである.

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{p} = \begin{pmatrix} \frac{1}{a} \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{n} \\ \frac{1}{b} \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{\theta} \end{pmatrix} = \frac{2\lambda}{\overline{\sigma}_{0}^{2}} \begin{pmatrix} aN \\ bM \end{pmatrix}$$
(17)

$$\dot{\underline{e}}^{2} = \dot{\underline{\epsilon}}^{p} : \dot{\underline{\epsilon}}^{p} = \left(\frac{2\lambda}{\overline{\sigma}_{0}^{2}}\right)^{2} \left(a^{2}N^{2} + b^{2}M^{2}\right) = \frac{4\lambda^{2}}{\overline{\sigma}_{0}^{2}}$$
(18)

$$\lambda = \frac{\overline{\sigma}_0}{2} \dot{\underline{e}} \tag{19}$$

$$\dot{\overline{\boldsymbol{\varepsilon}}}^{p} = \lambda \frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{\sigma}_{beam}} = \frac{2\lambda}{\overline{\sigma}_{0}^{2}} \binom{a^{2}N}{b^{2}M} = \frac{\underline{\dot{e}}}{\overline{\sigma}_{0}} \binom{a^{2}N}{b^{2}M}$$
(20)

以上から、軸ひずみと曲げひずみに分解して表記 すると次の剛塑性構成式が誘導される.

$$\boldsymbol{\sigma}_{beam} = \begin{pmatrix} N \\ M \end{pmatrix} = \frac{\overline{\sigma}_0}{\underline{\dot{e}}} \frac{1}{a^2 b^2} \begin{bmatrix} b^2 & 0 \\ 0 & a^2 \end{bmatrix} \dot{\overline{\boldsymbol{\epsilon}}}^p \tag{21}$$

梁要素の剛塑性構成式は軸力と曲げモーメントに 関する楕円型の降伏関数を用いたために,地盤材料 のように非決定応力は存在しない.よって,構成式 を用いる際の付加的な制約条件を要しない.また, 梁要素が剛体挙動する際の処理は地盤の構成式と同 様に換算塑性ひずみ速度のノルム ġ に閾値 ġ を導入 する処理を行う.

式(16)を用いると、補強材に圧縮力が作用する場合にも適用されるが、座屈などの現象が生じること

が懸念されるために、本論文では補強材に引張力の 発生する問題に適用を限定することとする.

また,梁要素の端部境界条件についてもインター フェイス要素を導入する.梁要素端部と地山の補強 材軸方向の相対変位速度Δ*ú*を用いて,次の関係式 を使用する.

$$f = \frac{c_B}{F_s} \frac{\Delta \dot{\mathbf{u}}}{|\Delta \mathbf{u}|} \tag{22}$$

ここに, c_B は補強材端部と地山間の引抜き抵抗力を 表す.



図-3 梁要素の降伏関数

以上から, 強度不連続性, 梁要素を考慮した斜面全体の力のつり合い式(弱形式)は次のように表される.ここに *s*_d は接触面, B は補強材の両端部, L は補強材を表している.

$$\int_{V} \mathbf{\sigma} : \delta \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{p} dV + \int_{Sd} t \cdot \delta \Delta \dot{\boldsymbol{u}} dS + \int_{L} \mathbf{\sigma}_{beam} : \delta \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} dL$$

$$+ [\mathbf{f} \cdot \delta \Delta \dot{\boldsymbol{u}}]_{B} = \int_{V} \mathbf{x} \cdot \delta \dot{\boldsymbol{u}} dV + \int_{S} \mathbf{t} \cdot \delta \dot{\boldsymbol{u}} dS$$
(23)

3. 変形解析手法

本研究では、運動方程式を有限変形理論に基づく 定式化を行い、これに剛塑性構成式(9)を導入するこ とで、剛塑性有限要素法を用いた変形解析手法の開 発を行う.また変形計算では、時間の変化に伴い荷 重を増加させたときの変形を求める.

運動方程式(24)に仮想仕事の原理を適用すると, 基準配置における運動方程式(25)が得られる(弱形 式).ここにgは重力加速度,ρは密度を表してい る.

$$\rho \, \mathbf{\ddot{u}} \,=\, d \, i \, v \, \mathbf{\sigma} \,+\, \rho \, \mathbf{g} \tag{24}$$

$$\int_{V_0} \boldsymbol{\pi} : D \, i v \, \delta \, \dot{\mathbf{u}} \, d \, V_0 \, + \, \int_{V_0} \rho_0 \, \ddot{\mathbf{u}} \cdot \delta \, \dot{\mathbf{u}} \, d \, V_0$$

$$= \int_{S_{\sigma_0}} \mathbf{t}_0 \cdot \delta \, \dot{\mathbf{u}} \, d \, S_0 \, + \, \int_{V_0} \rho_0 \, \mathbf{g} \cdot \delta \, \dot{\mathbf{u}} \, d \, V_0$$
(25)

式(25)に有限変形理論である Updated Lagrange 法 を適用すると,基準配置を現在配置に更新するため, 式(26)の現在配置における運動方程式になる.本式 の左辺第一項の**σ**に剛塑性構成式を導入する.

$$\int_{V} \boldsymbol{\sigma} : div \,\delta \, \underline{\mathbf{u}} \, dV + \int_{V} \rho \, \underline{\mathbf{u}} \cdot \delta \, \underline{\mathbf{u}} \, dV$$
$$= \int_{S_{\sigma}} \mathbf{t} \cdot \delta \, \underline{\mathbf{u}} \, dS + \int_{V} \rho \, \mathbf{g} \cdot \delta \, \underline{\mathbf{u}} \, dV$$
(26)

本式には、未知数である加速度 \underline{i} と変位速度 \underline{i} が 含まれるため、これを解くのは非常に困難である. そこで Wilson の θ 法を用いることで、未知数の \underline{i} を 既知数の \underline{i} と \underline{i} で表し、 \underline{i} を求める.また \underline{i} から $t+\Delta t$ 時の \underline{i} 、 \underline{i} と変位 \underline{i} を求め、座標更新を行う.

座標更新の際,質量保存則より密度 ρ の更新も必要となることから,次式によって密度 ρ の更新を行う.

$$\rho = \rho_0 J = \rho_0 \det \mathbf{F} \tag{27}$$

また,境界条件においても,複雑になることを避 けるため,初期設定から更新しないように以下を適 用する.

 $d\mathbf{f} = \mathbf{\sigma}^{\mathrm{T}} \cdot \mathbf{n} ds = \mathbf{t} ds \qquad onS_{\sigma}$ $d\mathbf{F} = \mathbf{\pi}^{\mathrm{T}} \cdot \mathbf{n}_{0} dS = \mathbf{t}_{0} dS_{0} \qquad onS_{\sigma_{0}} \qquad (28)$ $d\mathbf{f} = d\mathbf{F}$

4. 斜面安定性評価

本節では、本研究において高度化を図ってきた、 剛塑性有限要素法を用いた安定性評価として、(a) 地盤強度が一様な地盤、(b) 浸透流を想定した地盤、 (c) 強度の不連続性を有する地盤における安定性評 価を実施した.安定性評価に用いた解析モデルを図 -4に、材料パラメータを表-1に示す.また図-4 に強度の不連続性として想定した、受け盤構造を有 する低強度層の介在位置を示す.解析結果を図-5 に示す. 図-5 の(a)に示した地盤強度が一様な地盤における解析結果を見ると、斜面天端から斜面のり尻先にかけて塑性ひずみ速度が発生し、円弧状のすべり崩壊が得られた.また安全率 Fs として 1.511 が得られた.

図-5の(b)に示した浸透流を想定した地盤における解析結果を見ると、浸透流による飽和土・不飽和土の発生によって、地盤の強度に差が生じることで、地盤全体が破壊する崩壊形態が得られ、(a)に比べて安全率が1.233と低下する結果が得られた.また、浸透流の計算には、外部のソフトを用いており、浸透流計算によって得られた要素ごとの飽和度と圧力水頭を反映することで、安定性評価を行っている.

図-5 の(c)に示した強度の不連続性を有する地盤 における解析結果を見ると、低強度層の介在によっ て安全率が 1.289 と低下する結果が得られた.また 天端から円弧上のすべり面が形成されているが、低 強度層のブロックが、前のめりに沈むことで下部の ブロックを押し出すトップリング型の崩壊形態が得 られた.これは極限平衡法では表現することができ ない崩壊形態の1つである.



図-4 解析モデル

表-1 解析条件

	地盤	低強度層
せん断抵抗角 <i>ø</i> , <i>ø</i> , [°]	15.0	0.0
粘着力 <i>c</i> , <i>c_s</i> [kPa]	20.0	5.0
単位体積重量 γ_s [kN/m ²]	10.0	



5. 変形解析

本節では、本研究で開発した剛塑性有限要素法を 用いた変形計算結果を示す.はじめに要素試験およ びプロントル型の理論解との比較を通して、本解析 手法の妥当性の検証を明らかにする.また斜面を有 する斜面モデルを用いた変形計算を実施することで、 斜面への適用性を明らかにする.また当計算は、計 算の簡略と理論解との比較を行うために、有限変形 理論ではなく、微小変形理論に基づき定式化を行っ た支配方程式を用いて計算を行っている.

5-1 要素試験

要素試験の解析に用いた簡易メッシュと境界条件 を図-6に示し,解析条件を表-2に示す.解析結果 として,降伏関数値と荷重の関係,応力の節点力と 外力の等価節点力の差と荷重の関係,荷重速度と変 位の関係を示す.理論解として,粘着力cを2倍に したものが極限荷重に相当することから,当計算で は,理論解の極限荷重として2[kN]が得られた.ま た,荷重速度と変位の関係においては,粘着力cを 5[kPa]として計算を実施しており,理論解の極限荷 重は10[kN]が得られた.

図-7 に示した降伏関数値と荷重の関係を見ると、 荷重の増加に伴い,降伏関数値がゼロに近づく傾向 が得られ,式(1)に示した降伏関数の降伏条件を満足 すると、荷重が増加しても降伏関数値は常にゼロを 満足する結果が得られた.ここで、降伏条件を満足 したときの極限荷重を見ると、理論解のものと一致 した結果となった.また、最初の降伏関数値が小さ いのは、変位速度の初期値がゼロであるため、Wilson のθ法で t+Δt 時の変位速度の算出に影響を与えたか らであると考えられる.

図-8 に示した応力の節点力と荷重の等価節点力 の差と外力の関係を見ると、荷重速度の大きさに関 わらず、極限荷重である2[kN]を超え、変形が発生 すると、力のつりあいに若干の差が発生する結果が 得られた.しかし、荷重速度を小さくすることで、 その差が微小になる傾向が得られた.

図-9 に示した荷重速度と変位の関係を見ると, 降伏条件を満たすまでの剛体領域では,荷重が増加 しても変位の増加は見られないが,塑性領域に達す ると,荷重の増加に伴い変位の増加する結果が得ら れた.また,荷重速度を小さくすることで,塑性領 域における変位の増分が大きくなる傾向が得られた.



表-2 解析条件

	地盤
せん断抵抗角 φ [°]	0.0
粘着力 <i>c</i> [kPa]	1.0
初期設定荷重 F_0 [kN/m ²]	1.0
荷重速度	0.1
時間増分 Δt [sec]	1.0



図-7 降伏関数値と荷重の関係

それに対して、荷重速度が大きいと、降伏後に生じ る変位量が、荷重の大きさに比べて小さくなる結果 が得られた.これは、降伏時の塑性ひずみ速度が大 きくなることで、材料の強度が増加する塑性ひずみ 速度効果が得られたからだと考えられる.

以上の要素試験を想定した変形解析結果から,理 論解の極限荷重と一致していること,降伏関数の降 伏条件を満足していること,荷重速度による塑性ひ ずみ速度効果が表現できていることから,本変形解 析手法の解が妥当的であることは明らかである.

5-2 プロントル型の理論解との比較

プロントル型の理論解との比較を実施することで、 本解析手法の妥当性の検証を実施する.解析モデル を図-10に示し,解析条件を表-3に示す.また解 析結果として,安定性評価と変形解析の2つを示す. プロントル型の理論解は図-11に示すように,水平 地盤に外力を作用させたとき,周辺の地盤が盛り上 あがる崩壊形態となり,そのときの極限荷重は,(2+



π)cによって得られる.当計算では,粘着力が1[kPa]
 であることから,理論解の極限荷重として5.142 [kN]
 が得られる.

図-12 の(a) の安定性評価の結果を見ると, 塑性 ひずみ速度分布と崩壊形態が, 図-11 に示したプロ ントル型のすべり線および崩壊形態に類似している ことがわかる. 極限荷重として 5.313 [kN] が得られ, 理論解の極限荷重とほぼ同じであることがわかる.



図-9 荷重速度と変位の関係

多少理論解と異なるのは、メッシュ依存性が考えられ、試しに2倍の800要素で計算したところ、極限荷重 5.255 [kN] が得られ、理論解に近づいたことから、メッシュ依存性が原因と推測できる.

図-12 の(b) の変形解析の結果を見ると, 塑性ひ ずみ速度分布や崩壊形態が, プロントル型の理論解 と安定性評価の結果と類似していることがわかる.

また,荷重-変位関係を図-13に示す.剛体領域で は変位が発生せず,降伏条件を満足し,塑性領域に 達すると,変位が増加する結果が得られ,極限荷重 として 5.313 [kN] が得られ,安定性評価の極限荷重 と一致する結果が得られた.

以上のことから、本解析手法である安定性評価お よび変形解析が、理論解とほぼ一致していることが 明らかである.

5-3 斜面への適用

斜面を有する地盤において変形解析を行うことで、 斜面への適用性の検証の実施する.斜面モデルを図 -14に示し、解析条件を表-4に示す.また、比較 のため、変形解析の結果とともに、安定性評価の結 果も図-15に示す.

図-15 の(a) に示した安定性評価の結果を見ると, 斜面天端に外力が作用することで,斜面天端が潰れ, 斜面が前方に押し出される崩壊形態が得られ,極限 荷重として 39.38 [kN] が得られた.

図-15 の(b) に示した変形解析の結果を見ると, 安定性評価の崩壊形態と同じように,斜面が前方に 押し出される崩壊形態が得られた.また,図-16 に 示した荷重-変位関係から,極限荷重 41.0 [kN] が



図-10 水平地盤

表-3	解析条件
-----	------

	地盤
せん断抵抗角 φ [°]	0.0
粘着力 c [kPa]	1.0
初期設定荷重 F ₀ [kN/m ²]	5.0
荷重速度	0.01
時間増分 Δt [sec]	0.1



図ー11 プラントル型の理論解

得られ,安定性評価の極限荷重 39.38 [kN] とほぼ同 じ値が得られた.多少異なるのは,変形解析に含ま れる慣性項の影響であると考えられる.

以上のことから,崩壊形態および極限荷重が適切 に表現できていることがわかり,本変形解析手法に おける斜面への適用性を明らかにした.

6. 結論

本研究では、従来の解析手法が抱える問題に対応 し、かつ、簡便で精度の高い計算手法の開発を目的 として、計算に必要な材料パラメータが少ないメリ ットを有する剛塑性有限要素法(RPFEM)を用いた, 既存の安定性評価手法の高度化と変形解析手法の開 発を行った.



図-13 プラントル型の理論解

本稿では,はじめに地盤材料の剛塑性構成式を誘 導した.次に実現象において,斜面の安定性を高精 度で評価することを目的とした高度化として,強度 の不連続性を想定した接触型の剛塑性構成式,対策 工を想定した梁要素の剛塑性構成式,対策工の端部 抵抗力を考慮した構成式を誘導し,それらをすべて 考慮した安定性評価式として,支配方程式を示した. 次に,変形解析として,一般的な運動方程式を有限 変形理論に基づき定式化を行い,これに地盤材料の 剛塑性構成式を導入することで,変形計算式として,



図-14 水平地盤

	地盤
せん断抵抗角 φ [゜]	0.0
粘着力 <i>c</i> [kPa]	1.0
初期設定荷重 F_0 [kN/m ²]	10.0
荷重速度	1.0
時間増分 Δt [sec]	0.1

支配方程式を示した.

また、本解析手法の妥当性の検証として、要素試 験やプロントル型の理論解との比較を実施した.要 素試験においては、降伏関数の降伏条件を満足して いることや力のつりあいを満足している結果が得ら れた.プロントル型の理論解との比較では、安定性 評価および変形解析が、理論解として示した崩壊形 態と極限荷重に一致した結果が得られ、要素試験お よび理論解との比較を通して、本解析手法の妥当性 を明らかにした.

最後に斜面を有する地盤への適用性の検証を実施 した.安定性評価および変形解析から得られた崩壊 形態と極限荷重が,ほぼ一致したことから,斜面に おける変形が適切に計算できていることがわかり, 本解析手法の斜面への適用性を明らかにした.

今後の展望として,変形解析手法において,浸透 流の考慮,強度の不連続性の考慮,対策工の考慮に 加え,地震外力を適用させるといった高度化を図っ ていく予定である.



図ー16 プラントル型の理論解

参考文献

- 大塚悟,宮田善郁,池本宏文,岩部司:剛塑性有限要素法に よる斜面安定解析,地すべり,第38巻 第3号,pp.75-83.
- Asaoka, A. and Ohtsuka, S.:The analysis of failure of normally consolidated clay foundation under embankment loading. Soils and Fondation, Vol.26, No.2, pp.47-59, 1986.
- Tamura, T. :Rigid Plastic Finite Element Method in Geotechnical Engineering, Computational Plasticity, Current Japanese Material Research, pp15-23, 1990.
- Tamura, T., Kobayashi, S. and Sumi, T.:Limit analysis of soil struct. By rigid plastic finite element method, Soils and Foundation, Vol.24, No.1, pp.34-42, 1990.