

流出境界に再流入が発生する噴流の数値計算

長岡技術科学大学 工学部
環境システム工学課程 佐藤 巧
指導教員: 楊 宏選

1. 序論

乱流噴流は、流体機器や河川・海水中への排出など様々な応用がなされてきており、その特性を知るために静止環境における噴流の Direct Numerical Simulation(DNS)に関する研究が行われる。これは一般的に有限空間内で行われるが、流出境界から再流入が発生すると、数値計算時に図1のような渦が発生して流速の値が発散してしまう。また、無理に計算しようとしても信憑性が低い結果になってしまう。本研究ではこれを計算するために領域内に再流入が発生しないように流速値を与えて計算後、その流速値を引くことで再流入が発生したときの流速を計算できないか考えた。

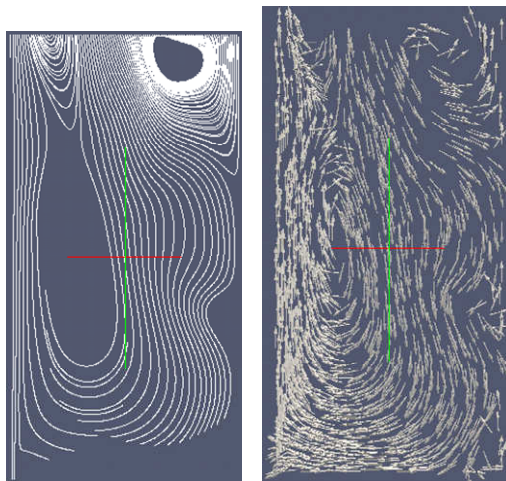


図1 渦発生時の流れ

2. 解析手法

1. 側方境界が摩擦のない壁面となった面対称の2次元モデル、軸対称の3次元モデル、さらに各々の幅(半径)を2倍にしたモデルをそれぞれ生成
2. 領域全体に流れ(U_0)を与えて対称軸側から噴流(U_j)を出した状態で流速を計算
3. 計算結果(U)から U_0 を引いて流速(U_s)を算出
4. U_s を流線、流速ベクトルで可視化、平均速度分布をグラフ化して実測値と比較することで U_s を評価

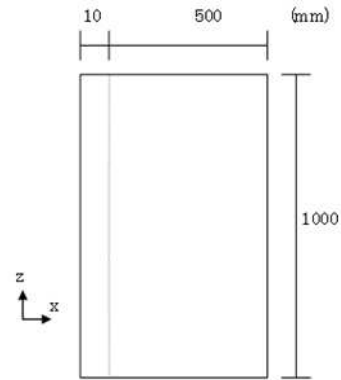


図2 面対称の2次元モデル

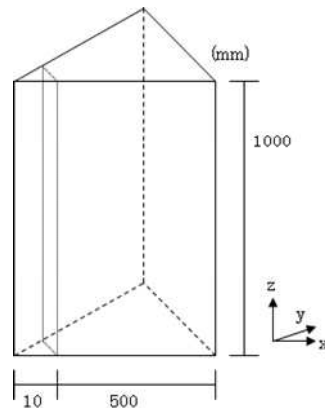


図3 軸対称の3次元モデル

3. OpenFOAM

OpenFOAM(Open Field Operation and Manipulation)というのは有限体積法(FVM)に基づいて連立偏微分方程式(PDEs)を簡単に解くことができるオープンソースなソフトウェアである。

様々な方程式を独自のプログラム言語で表記することにより化学反応や乱流、熱伝達を含む複雑な流体の流れから、固体力学や電磁力学、そして経済の支配方程式までさまざまな現象をシミュレートすることができる。

例として、Navie-Stokes 方程式は図4のように記述でき、簡単に計算することができる。

The equation

$$\frac{\partial \rho \vec{U}}{\partial t} + \nabla \cdot \phi \vec{U} - \nabla \cdot \mu \nabla \vec{U} = -\nabla p$$

has the OpenFOAM representation

```

solve
(
    fvm::ddt(rho, U)
  + fvm::div(phi, U)
  - fvm::laplacian(mu, U)
  ==
  - fvc::grad(p)
)

```

図1 ナビエ・ストークス方程式の記述

本研究ではこれを乱流噴流の数値計算する際に使用した。

4. 支配方程式及び数値解析法

支配方程式は非圧縮性流れの Navie-Stokes 方程式と連続の式、標準 $k-\varepsilon$ モデルの各パラメータの輸送方程式を用いる。計算方法には Navie-Stokes 方程式と連続の式を連立して解くために SIMPLE(Semi-Implicit Method for Pressure Equation)法を用いる。

- 連続の式

$$\nabla \cdot \vec{u} = 0$$

- Navie-Stokes 方程式

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \nabla \cdot (\vec{u}\vec{u}) = -\frac{\nabla p}{\rho} + \nabla \cdot T + \vec{b}$$

- 輸送方程式 (乱流エネルギー k)

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \nabla \cdot (\vec{u}k) = \nabla \cdot \left(\frac{\nu_t}{\sigma_k} \nabla k \right) - 2\nu_t [\text{symm}(\nabla \cdot \vec{u})]^2 - \varepsilon$$

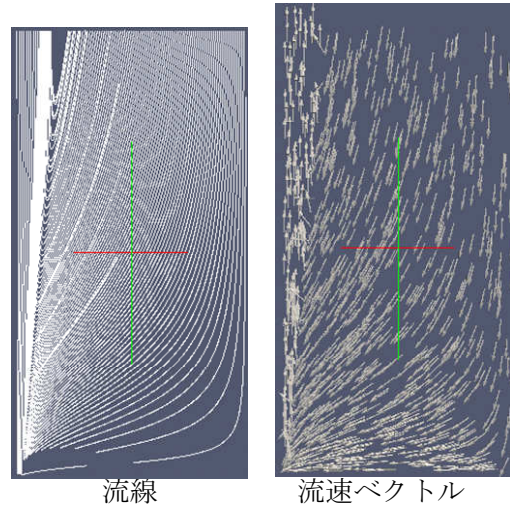
- 輸送方程式 (散逸率 ε)

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \nabla \cdot (\vec{u}\varepsilon) = \nabla \cdot \left(\frac{\nu_t}{\sigma_\varepsilon} \nabla \varepsilon \right) - 2\nu_t [\text{symm}(\nabla \cdot \vec{u})]^2 C_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon}{k} - C_{\varepsilon 2} \frac{\varepsilon^2}{k}$$

5. 計算結果

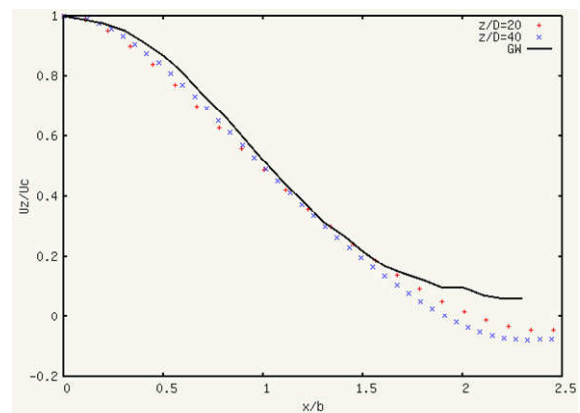
5.1 2次元モデル

図5は2次元モデルの計算結果である。流線を見ると噴流に連行しているような流れが見られ、流線ベクトルからそれが流出境界からの再流入だとわかる。また、平均速度分布から U_s が流速の計算結果として正しいものであるといえる。なお、幅を2倍にしても計算領域を大きくしたために再流入の流速は多少遅くなったがほぼ同様の結果が得られた。



流線

流速ベクトル

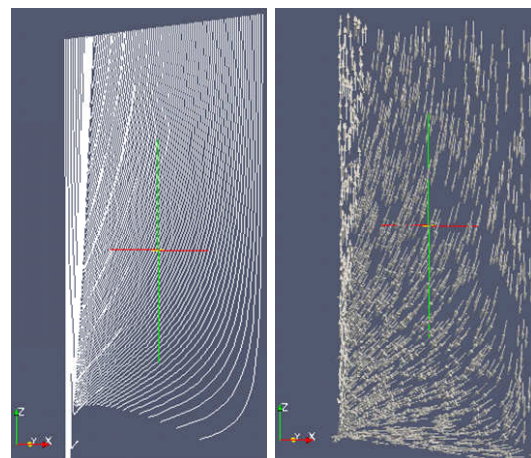


平均速度分布

図5 2次元モデルの計算結果

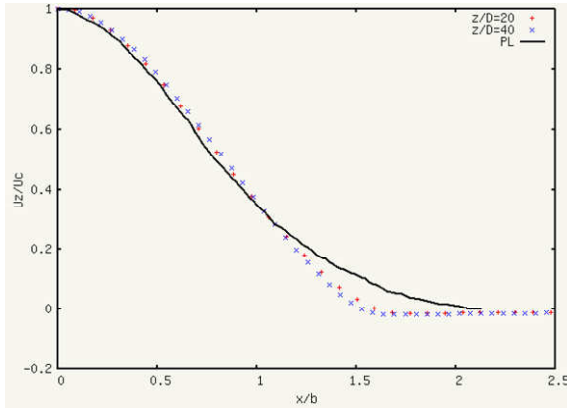
5.2 3次元モデル

図6は3次元モデルの計算結果であるが、全体的に2次元モデルと同様に再流入を確認、平均速度分布をみても信憑性のある計算結果が得られた。なお、半径を2倍にしたモデルでも再流入を再現できている。



流線

流速ベクトル



平均速度分布

図 6 3次元モデルの計算結果

6. 計算方法の評価

ここで、今回行った計算方法が流速の計算方法として有用なものかどうか方程式の観点から見るために、先に示した支配方程式に $U_s(=U-U_0)$ を代入し、成立するかどうか分析した。

結果として以下のように連続の式以外に U_0 を含む項が残り、今回の計算結果には U_0 を含む差が存在することがわかった。

- 連続の式

$$\nabla \cdot \vec{u} = 0$$

- Navie-Stokes 方程式

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \nabla \cdot (\vec{u}\vec{u}) = -\frac{\nabla p}{\rho} + \nabla \cdot \nu \left[(\nabla \vec{u}) + (\nabla \vec{u})^T \right] + \vec{b} + \vec{u}_0 \cdot (\nabla \vec{u})$$

- 輸送方程式 (乱流エネルギー k)

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \nabla \cdot (\vec{u}k) = \nabla \cdot \left(\frac{\nu_t}{\delta_k} \nabla k \right) - 2\nu_t [\text{symm}(\nabla \vec{u})] - \varepsilon + \vec{u}_0 \cdot \nabla k$$

- 輸送方程式 (散逸率 ε)

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \nabla \cdot (\vec{u}\varepsilon) = \nabla \cdot \left(\frac{\nu_t}{\delta_\varepsilon} \nabla \varepsilon \right) - 2\nu_t [\text{symm}(\nabla \vec{u})] C_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon}{k} - C_{\varepsilon 2} \frac{\varepsilon^2}{k} + \vec{u}_0 \cdot \nabla \varepsilon$$

7. 補正方法

発生した差は U_0 に起因したもののなので、 U_0 を小さくすれば差が小さくなるはずである。しかし、 U_0 はもともと計算前に再流入が発生しないよう、また噴流の流速(U_j)との差が $0.4[\text{m/s}]$ となるように設定したものであるため、これが起こらない程度で U_0 を小さくする必要がある。

そこで、今回生成した4つのモデルに対して先の条件の範囲内で U_0 をどれだけ小さくできるか検討した。

8. 補正結果

図7は2次元モデルの検討結果である。これを見ると $U_0=0.045[\text{m/s}]$ 以下になると流速分布に負の値になる。また、幅を2倍にしたものは図8になるが $U_0=0.035[\text{m/s}]$ まで小さくすることができ計算領域を大きくすると設定する流れを小さくできることがわかった。

しかし、3次元モデルで検討した結果、図9のように3次元のモデルでは $U_0=0.015[\text{m/s}]$ まで小さくすることができたが図10を見ると計算領域を大きくしても U_0 を小さくすることはできなかった。

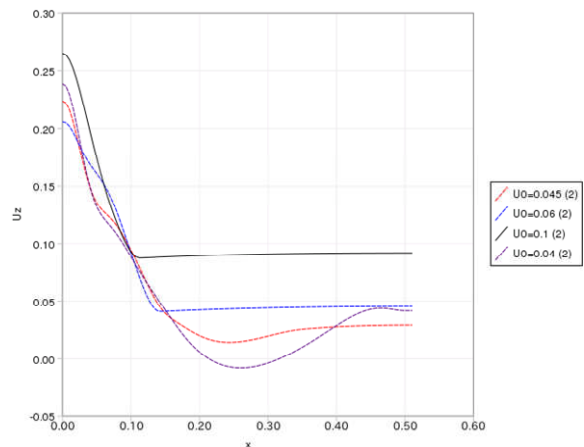


図 7 流速分布の推移 (2次元モデル)

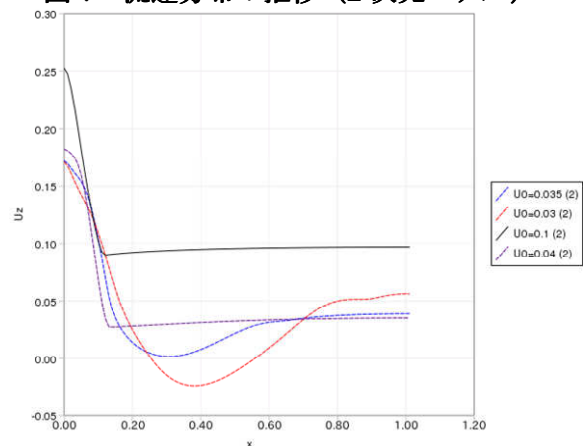


図 8 流速分布の推移
(幅を2倍にしたモデル)

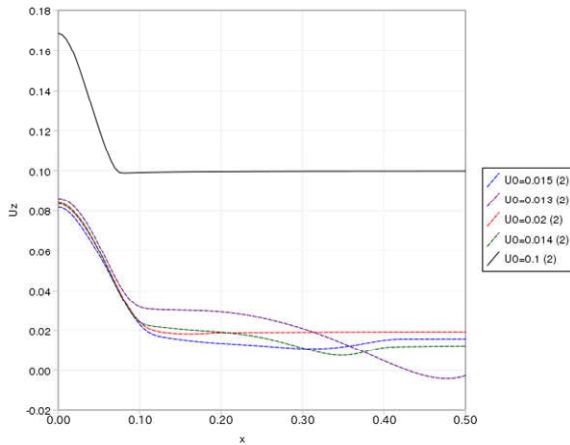


図9 流速分布の推移 (3次元モデル)

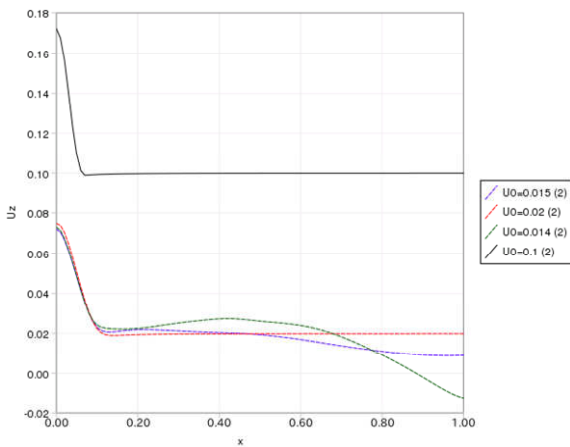


図10 流速分布の推移
(半径を2倍にした3次元モデル)

くできるが3次元のモデルではできなかった。

- 総じて、今回行った計算方法は再流入が発生する状態の流速の計算方法としては少なくとも有用であることがわかった。

9. まとめ

- 計算後の流れを流線や流速ベクトルなどで可視化することにより、2次元モデル及び3次元モデルのどちらにおいても流境界から再流入の流速計算ができていたことを確認できた。
- 計算結果を支配方程式に代入したところ一部の方程式において成立しなかったため、今回得られた流速には本来得たいものに対し領域内に与えた流速に起因する差があることがわかった。
- その差をできるだけ小さくするために領域内に与えた流速(U_0)を小さくしていた結果、 U_0 を2次元モデルおよび3次元モデルにおいてかなり小さくすることができ、それに対する差も小さくなった。しかし、計算領域を大きくすると2次元モデルの場合はさらに U_0 を小さ