

ランダムカスケードモデルによる基本高水流量の算出について

水文気象研究室 山本隆広
指導教官 陸旻皎

1. はじめに

堤防の嵩上げ、貯留施設の建設などのハード対策を行うほど見た目の洪水の危険性は軽減される。しかし、経済、資源、河川環境を考慮すると際限なくハード対策を行うことはできない。従って、ハード対策の上限を決める必要があり、その上限は流量を基準として決められている。この上限を決める流量は基本高水流量と言われている。基本高水流量は洪水防御方法を検討するにあたって極めて重要な概念であり、1級河川では河川砂防技術基準（案）に基づいて算定されている。計画降雨量から基本高水流量を算出する過程において、実績降雨群の選定、引き伸ばし率の上限の設定、カバー率の選択など、理論的な根拠が弱く主観的な判断に頼らざるを得ない部分が多く含まれている。

近年、降雨の時空間分布を確率的に発生させるモデルが検討されてきた。降雨の時空間分布を発生させるモデルとして、これまでに Bras and Rodrigues-Iturbe(1976)のモデルや Waymire, et al.のモデルがあるがモデルパラメータが多く、その決定がかなり難しいとされてきた。一方、降雨量のフラクタル性に注目したランダムカスケードモデル（以下、RCM と略記）が Schertzer and Lovejoy(1987), Gupta and Waymire(1993), Over and Gupta(1996)などによって検討されてきた。降雨の時間分布特性に関しては、Olsson(1998)が1分雨量を用いて、RCMの実用性を確認した。日本の降水特性に関しては、Pathirana, et al.(2001)がマルチフラクタルモデルにより日降雨量から時間雨量を生成するモデルを提案している。また、立川ほか(2003)と葛葉ほか(2003)が AMeDAS 降水量データとレーダ雨量を用いてモデルの適用性を検証した。

本研究では、降雨の時間分布に焦点を当てRCMの基本高水流量の算定への応用可能性について検証する。そのため、香川県内にある流域面積の小さい1級河川土器川祓川橋上流域(106.8km²)を対象流域に選定した。実績降雨群の引き伸ばしに変わり、RCMを用いて降雨の統計的な性質を保存しつつ計画ハイトグラフを発生させる。これ

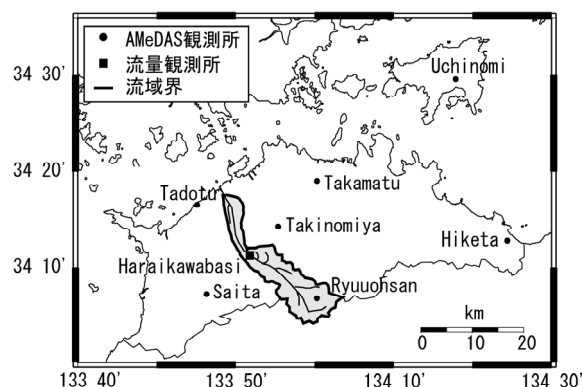


図-1 土器川流域図、及び香川県内の AMeDAS 観測所の位置

により、計画降雨量に対応する多数の計画ハイトグラフを発生させることができる。それぞれの計画ハイトグラフを流出モデルに入力すればピーク流量を得ることができる。これらのピーク流量の分布特性を通じて、RCMの基本高水流量の算定への応用可能性について検証する。さらに、より合理的な基本高水流量の算出方法を提案し、従来法と比較することでカバー率を評価する。

2. 対象流域と使用データ

2.1 対象流域

本研究で用いるRCMは降雨の空間分布を一様と仮定している。本研究では小流域は降雨空間分布が一様であると仮定し、1級河川土器川祓川橋上流域(106.8km²)を対象流域とした。流域図を図-1に示した。本流域の基本高水流量は100年確率日降雨量で1700m³/s(カバー率100%)である。

2.2 使用データ

AMeDASデータ RCMパラメータを推定するために、気象庁で運用されている地域気象観測システム(Automated Meteorological Data Acquisition System: AMeDAS)の10分間値降水データを用いた。用いた観測所を図-1に示した。使用したデータ期間は1994年4月から2003年12月である。

降水量は0.5mm単位で計測する転倒桁型雨量計を用いて計測している。従って、ある時刻の降水量は前の時刻の降水量（0.5mm未満）を含んでいる可能性がある。

土器川流域の年最大日雨量データ 年最大日雨量分布を得るために、四国地方整備局から提供を受けた1905年から1988年までの84年間の流域平均の年最大日雨量データを用いる。流域平均雨量はティーセン法により算定されている。また、欠測値は30mm以上となる降雨を抽出して単位相関解析により補間している。

土器川祓川橋地点の年最大流量データ 四国地方整備局より提供を受けた1976年から1988年までの水位データを四国地方整備局より提供を受けた水位流量曲線式により流量に変換して、23年間の年最大流量データを算定した。

3. 手法

3.1 T年確率日降雨量に対するピーク流量分布

本節では、 T 年確率日降雨量に対するピーク流量分布 $Q_{T,dist}$ の算出方法について述べる。図-2は $Q_{T,dist}$ の算出プロセスを示している。 $Q_{T,dist}$ は3つの基礎的な解析手法により構成されている。i) まず、年最大日雨量データを入力データとして水文統計解析を行い、 T 年確率日降雨量を算定する。ii) 次に、得られた T 年確率日降雨量からRCMにより多数のハイトグラフを発生させる。iii) 最後に、ハイトグラフ群を流出計算することによりハイドログラフ群を算定し、ピーク流量を抽出することで $Q_{T,dist}$ を算出する。i) の水文統計解析は従来の標準的な方法を用いる。ii) のRCMに関しては次節で説明する。iii) の流出計算は国内の洪水防御計画で主用されている木村の貯留関数法を用いる。

3.2 ランダムカスケードモデル

図-3に示すように、RCMは初期領域 L_0 （レベル0）に雨量 R_0 を割り当て、分割レベルごとに領域を b 分割（本研究では $b=2$ ）して雨量を割り当てていくモデルである。分割レベル n におけるサブ領域の長さは

$$L_n = \frac{L_0}{b^n} \quad (1)$$

となり、 i 番目のサブ領域の雨量 $R_{n,i}$ は

$$R_{n,i} = R_0 \prod_{j=1}^n X_{j,i} \quad (2)$$

となり、降雨強度 $I_{n,i}$ は

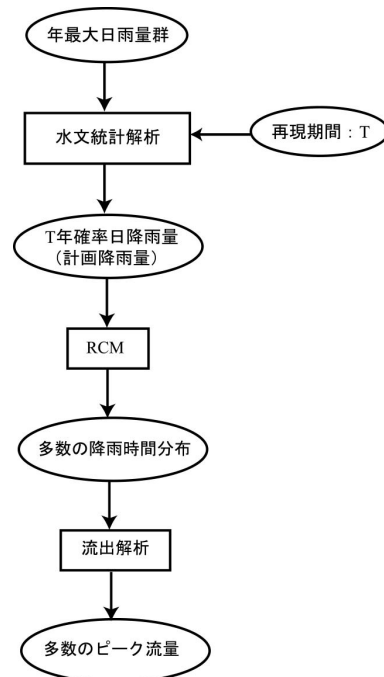


図-2 T年確率日降雨量に対するピーク流量分布の算出プロセス

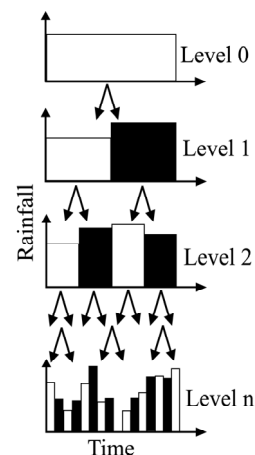


図-3 RCMの概念図

$$I_{n,i} = \frac{R_{n,i}}{L_n} \quad (3)$$

となる。 X はカスケードジェネレータと呼ばれ各領域に雨量を割り当てる重みであり、降雨の統計特性に従って発生させられる。カスケードジェネレータとして、確率2項分布モデル、 β モデル、 α モデル、対数正規モデルなど多くのモデルが提案されている（eg. Gupta and Waymire, 1993; 葛葉ほか, 2003）。 β -対数正規モデルも用いられている（立川ほか, 2003）。また、Olsson(1998)は総雨量

を保存するモデルを提案している。期待値に対してしか雨量を保存しない正規性 (*canonical property*) に対して、このモデルは各レベルにおいて雨量を保存する微正規性 (*microcanonical property*) を有する。本研究の目的から雨量の保存は欠かせないので微正規性を有するカスケードジェネレータが必要である。ある雨量 R を次のレベルにおける2個の雨量に割り当てるときに、前半に割り当てる割合を x_1 、後半に割り当てる割合を x_2 とすると次式が成り立つ。

$$x_1 + x_2 = 1 \quad (4)$$

2つに分けられる雨量を R_1, R_2 とすると

$$R_1 = x_1 R \quad (5)$$

$$R_2 = x_2 R = (1 - x_1) R \quad (6)$$

と表される。従って、実際には x_1 を発生させれば良く、これ以降 x_1 を x と記す。 x には3つのパターンがある。まず、 $x=0$ の場合に、後半に雨がすべて割り当てられるケースである。次に $x=1$ の場合に、前半に雨量がすべて割り当てられる。最後に、 $0 < x < 1$ の場合に、両方に雨量が割り当てられ、 x が0.5に近ければ近いほど雨量分布が均一になる。Olsson(1998)は8分から22.8日までの $x(x=0,1$ 以外)の頻度分布を示し、時間スケールが1時間から1週間の間において頻度分布が一様であることを示した。本研究ではより広範な時間スケールの x の頻度分布を表現するために、カスケードジェネレータの確率密度分布に以下の関数を提案する。

$$f(x) = p\delta(x) + p\delta(1-x) + \frac{1-2p}{\beta(\alpha, \alpha)} (x(1-x))^{\alpha-1} \quad (7)$$

ここで、 δ はデルタ関数で、 β はベータ関数である。 p は降雨を2つに分割する際にどちらか一方に降雨がすべて振分けられる確率を示している。 p が大きくなればなるほど雨量時系列が不連続になり、一部の領域に集中する。また、降雨を2つに分割する際に両方に振分けられる確率は $1-2p$ であり、 x は左右対称なベータ分布に従い、その分布形を示すパラメータが α である。 $\alpha=1$ の場合には(7)式の右辺第3項は一様分布になる。 $\alpha > 1$ でかつ、 α が大きければ大きいほど(7)式の第3項は上に凸な分布となり、 x が0.5付近に集中し雨量時系列が均一になる。 $\alpha < 1$ でかつ、 α が小さければ小さいほど(7)式の右辺第3項は下に凸な分布となり、 p と同じような雨量時系列の不連続性を示すことになる。

パラメータ p と α の理論的な考察をしておく。領域の長さ、つまり時間スケールが十分に小さいときに、隣り合う雨量が強い相関を持つために

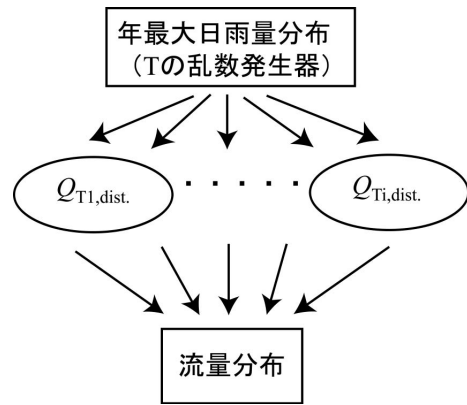


図-4 年最大日雨量分布に対応する流量分布

$f(x)$ が0.5付近に集中し α が大きな値を持つ。また、領域数が十分に増えることにより、一雨の始めと終わりを含む領域の相対度数、つまり p が0に近づく。また、時間スケールが十分に大きくなった場合でも、上記と同様 α が大きくなり、雨量0の領域が少なくなり、 $p=0$ となることが予想される。また、平均降雨継続時間付近において、一雨の始まりと終わりを含む相対度数、つまり p が大きくなる。一方、領域の切り方によって隣り合う領域の雨量の比率が大きくばらつき、 α が小さくなることが考えられる。

実際に x の計算を行う場合は、0から1までの一様乱数 y を発生させ、(7)式の分布関数の逆関数を用いて、前半に割り当てる x を算出する。このモデルを用いて、初期領域の L_0 時間雨量のモデルを用いて $L_0/2^1$ 時間雨量を、そして $L_0/2^1$ 時間雨量のモデルパラメータを用いて $L_0/2^2$ 時間雨量を発生させていき、最後に目的とする時間間隔のハイトグラフを得る。

3.3 年最大日雨量分布に対応する流量分布

図-4は年最大日雨量分布に対応する流量分布 $Q_{dist.}$ の算出プロセスを示している。 $Q_{T,dist.}$ は様々な再現期間 T を含んでおり、 $Q_{T,dist.}$ はその中の1つの分布である。そこで、年最大日雨量分布に基づくランダムな再現期間 T の日降雨量を多数発生させ、それぞれに対して $Q_{T,dist.}$ を算出し、最後に足し合わせることで $Q_{dist.}$ を算定する。この流量分布を統計解析することで都市化などの流域改変による影響を受けずに確率流量を算出することが可能となる。

4 本手法の適用結果と考察

4. 1 100 年確率日降雨量に対するピーク流量分布

RCMパラメータを推定するために2.2節で述べた香川県内のすべての AMeDAS 観測所のデータを用いる。AMeDAS 観測所では 0.5mm 転倒枡型雨量計を用いているために、雨量が 0.5mm 単位で計測されている。ある 10 分間の雨量 $r(t)$ は転倒枡の性質により前の時刻の 10 分間降雨の積み残し $\varepsilon(t-\Delta t)$ (0.5mm 未満) を含み、また、その時刻の 10 分間に降った雨の一部 $\varepsilon(t)$ (0.5mm 未満) は次の 10 分間の降雨に積み残される可能性がある。よって、10 分間の真の雨量値 $r'(t)$ は次のように表現される。

$$r'(t) = r(t) + \varepsilon(t) - \varepsilon(t - \Delta t) \quad (8)$$

ここで、 $\varepsilon(t-\Delta t)$ と $\varepsilon(t)$ はその 10 分間の始まりと終わりに転倒枡に残った水の量であり未知である。本研究では $r(t) > 0$ に対して $\varepsilon(t-\Delta t)$ 、 $\varepsilon(t)$ に 0 から 0.5 の間に分布する一様乱数を与え、模擬的に 10 分間値の真の時系列を生成する。また、解析結果の安定性を検討した結果、10 個の時系列を生成し統計的特性の平均値を抽出することにした。このようにして得られる 10 分間の真の時系列に対して、20 分間、40 分間、80 分間と順次アップスケーリングしていき、より長い時間間隔の時系列を得る。時系列の長さが 100 以下になるまでアップスケーリングを行った。各ステップにおいて、前半のサブ領域の雨量の割合を計算する。例えば、10 分から 20 分にアップスケーリングする場合に、アップスケーリングでできた 20 分雨量における前半 10 分の雨量の割合 x を計算する。得られた x を $x=0$ 、 $0 < x < 0.1$ 、 $0.1 \leq x < 0.2$ 、 $0.8 \leq x < 0.9$ 、 $0.9 \leq x < 1$ 、 $x=1$ の 12 項目に分けて集計し、各ステップにおける頻度分布を得る。さらに、10 個の時系列の頻度分布に対して平均を求め、このアップスケーリングにおける頻度分布とする。図-5 は高松観測所の頻度分布の一例である。 $x=0.5$ に対してほぼ対称な分布となっていることが分かる。また、短い時間スケールにおいて、 x が 0.5 付近に集中しており、時間スケールが長くなるにつれ、一様分布にそして再び 0.5 付近に集中する分布になっていることが読み取れる。後半の部分に関しては降雨の季節変動の影響も見受けられるが、本研究では特別な処理を行っていない。他の観測所においても同様な傾向を示している。 $x=0$ と $x=1$ の頻度分布はほぼ等しい値を有していることから、その平均値をモデルパラメータ p とする。

また、パラメータ α は次式の偏差の二乗和が最小になるように定める。

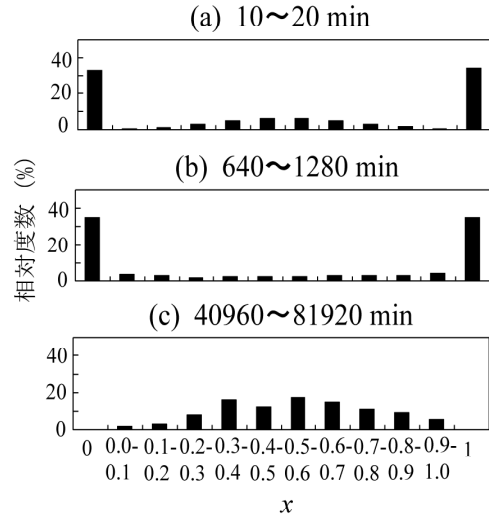


図-5 x の頻度分布

$$E = \sum_{j=0}^9 (m_j - n_j)^2 \quad (9)$$

但し、 n_j は $x=0$ と $x=1$ を除外して、 $(1-2p)$ で除したヒストグラムによる相対度数で、 m_j は理論式から求まる相対度数である。

$$m_j = (1-2p) \int_{0.1j}^{0.1(j+1)} \frac{x^{\alpha-1} (1-x)^{\alpha-1}}{\beta(\alpha, \alpha)} dx \quad (10)$$

香川県内のすべての AMeDAS 観測所の p 、 α 特性を図-6、7 に示す。すべての観測所においてほぼ同様な傾向と同様な値を示していることが分かる。また図-6 において、前章の理論的な考察と異なり、 p は短い時間スケールにおいて、非常に大きな値を有している。その原因は 0.5mm 枡の雨量計にあると考えられる。弱い雨、特に 3mm/hr 以下の雨では降雨の時系列が寸断され、孤立した雨が多数できてしまい、 p の増大につながっていると考えられる。

これまでは、すべての降雨時系列を対象としてきたが、これは平均的な p 、 α 特性を示していたことになる。洪水相当の降雨に関してはこれまでとは違う特性を示す可能性がある。そこで、降雨時系列に対して降雨強度別に層別抽出を行い、 p 、 α 特性を検討した。図-8、9 は降雨強度別にデータを集計したパラメータ p と α の時間スケール依存性を示している。 α に関してはあまり降雨強度依存性は見られないが、 p は降雨強度の増加に伴い急激に低下していることが分かる。これは降雨強度が大きい降雨を 2 つに振分ける場合にどちらか一方に集中する確率が低いことを意味してお

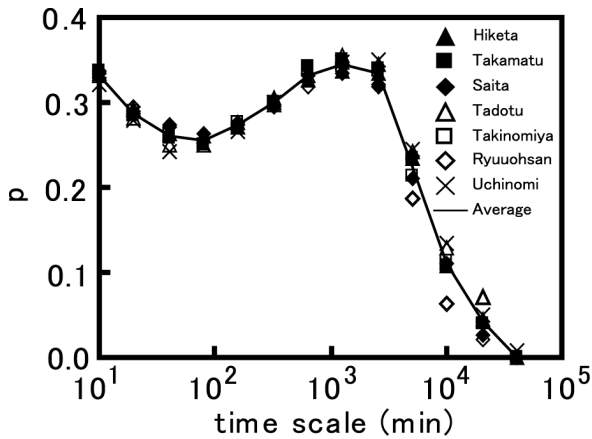


図-6 香川県内の AMeDAS 地点のパラメータ p と時間スケールの関係

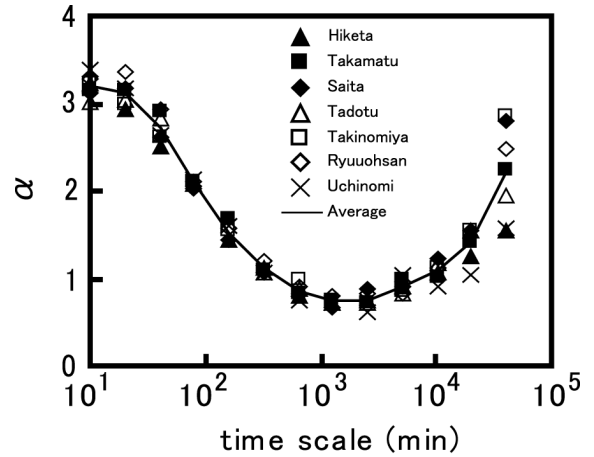


図-7 香川県内の AMeDAS 地点のパラメータ α と時間スケールの関係

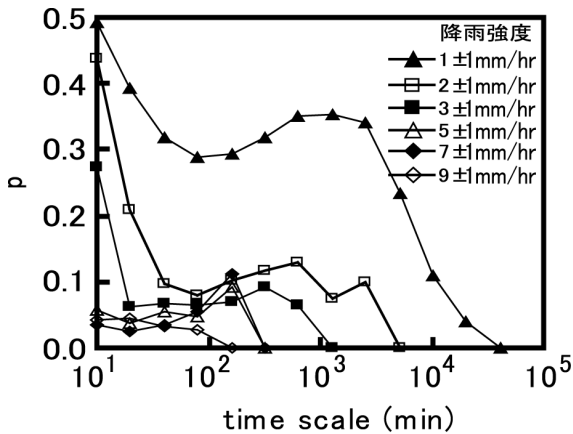


図-8 高松における降雨強度ごとのパラメータ p と時間スケールの関係

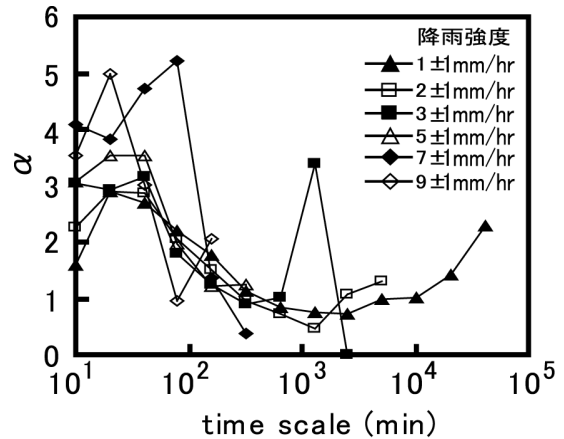


図-9 高松における降雨強度ごとのパラメータ α と時間スケールの関係

り、実際の現象を反映しているものと考えられる。また、他の観測所でも同様な傾向が認められた。

上記の成果を整理すると、RCM パラメータ p は時間スケールと降雨強度に依存し、 α は時間スケールのみに依存する。 α は図-6 のすべての観測所の平均値を用いる。但し、任意の時間スケールのパラメータは線型補間によって算定する。 p に関しては任意の時間スケールと降雨強度の値を算定することができない。従って、パラメータの定式化が必要になるが本研究では今後の課題としたい。本研究では p を次に示す 3 つのケースに設定し、感度分析を行う。まず、平均的なパラメータ p (図-6) をケース 1 とする。図-8 において、平均降雨強度 9mm/hr(216mm/day)の降雨では、すべての観測所において p が 0 から 0.05 の間に入っており、計画日降雨量 (325mm/day) の降雨なら、 p がさらに低い値をとると推測される。本研究では、その極限として $p=0(=const.)$ をケース

2、また $p=0.05(=const.)$ をケース 3 と設定する。

貯留関数法のパラメータは四国地方整備局で用いられている平均的な値を用いることにし、 $K=20.1$ 、 $P=0.35$ 、 $Tl=60min$ 、 $f_i=0.5$ 、 $Rsa=100mm$ とした。また、本研究では RCM により 100 年確率日降雨量 325mm を 11.25 分までダウンスケーリングした。11.25 分までダウンスケーリングしたのは土器川祓川橋地点の洪水到達時間が 1 時間程度だからである。RCM により 1000 個の降雨時間分布を発生させた。

RCM の平均的なパラメータ (ケース 1) を用いると平均ピーク流量 $5970m^3/s$ で最大ピーク流量が $30000m^3/s$ 近くとなり、現行の基本高水流量 $1700m^3/s$ よりはるかに大きい非現実的な結果となった。発生したハイエトグラフを見ると、大きい流量をだすものは時間的に断続になっており、雨量が一部の領域に集中し、計算ピーク流量が過大

になっていることが分かった。実際の大雨がこのように不連続になることはほとんどない。これは前節のパラメータ p と α が全雨量データから得られたもので、大雨が異なる特性を持っていることになる。一方、ケース2のパラメータを用いると平均ピーク流量 $1920\text{m}^3/\text{s}$ で現行の基本高水流量と比較的近い値を示した。また、計画日降雨量 325mm に対するピーク流量が $541\text{m}^3/\text{s}$ から $6067\text{m}^3/\text{s}$ までの広い範囲で分布していた。また、ケース3に対しても同様な計算を行ったが、平均ピーク流量は $2550\text{m}^3/\text{s}$ となった。

4.2 年最大日雨量分布に対応する流量分布

本研究では年最大日雨量分布に基づくランダムな再現期間 T の日降雨量を1000個発生させ、それぞれの日降雨量に対してRCMにより1000個の降雨時間分布を発生させた。RCMパラメータ p は全体を把握するために $p=0, 0.1, 0.2, 0.3, 0.4$ の5通りの一定値について検討した。 Q_{dist} をプロテイング・ポジション公式(カナン公式)で対数正規確率紙(図-10)にプロットした。obs.は年最大流量データをカナン公式でプロットしたものである。非超過確率が大きい範囲で、妥当であると考えられる $p=0$ と $p=0.1$ の間にobs.があることが分かる。

4.3 カバー率の評価

ここでは前節で得られた $p=0$ の Q_{dist} を用いてカバー率の検討を行う。以下に、上記の流量分布によって得られた T 年確率流量を Q_T と記し、合理的な計画規模の基本高水流量と考える。 T 年確率日降雨量から得られる $Q_{T,\text{dist}}$ を算出し、次式によりカバー率CRが得られる。

$$CR = \frac{n}{N} \quad (11)$$

ここで、 n は Q_T 以下のピーク流量の個数であり、 N は $Q_{T,\text{dist}}$ のすべてのピーク流量の個数であり本研究では $N=1000$ とした。以上のように、同じ再現期間に対して10個のカバー率を算定し、平均値をその再現期間におけるカバー率とした。図-11は再現期間とカバー率の関係を示している。エラーバーは10個のデータから得られる標準偏差である。本研究では再現期間に依らずカバー率は0.6程度である。カバー率は0.5と言われているが0.5とは限らないことが分かる。本研究ではカバー率を算出する際にRCMにより起こり得る可能性のあるハイトグラフを発生させており、実績降雨のハイトグラフを用いる方法とは必ずしも一致しないことに留意されたい。

5 まとめ

土器川祓川橋上流域を検討対象流域として得

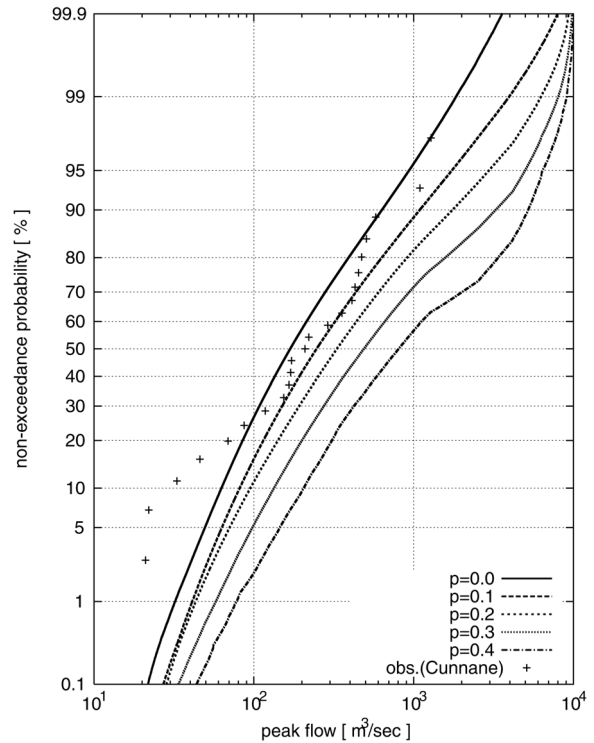


図-10 年最大日雨量分布に対応する流量分布

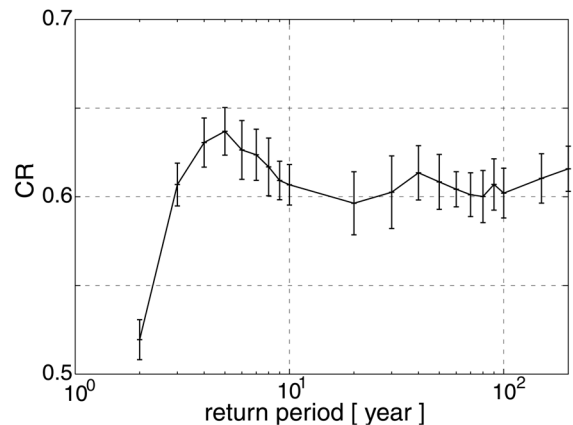


図-11 再現期間とカバー率の関係

られた主な成果を以下に示す。

- ・ 計画降雨量と同程度のRCMパラメータを使った場合、現行の基本高水流量と同程度の平均ピーク流量が得られた。
- ・ より合理的な計画規模の基本高水流量算出手法を提案し、降雨空間分布の影響の小さい流域での適用可能性が示唆された。
- ・ カバー率を評価した結果、カバー率は0.5程度と言われているが、本研究では0.6程度であった。しかし、その原因について明らかになっていない。