

# 統計的エネルギー解析法の実橋への適用に関する研究

建設設計工学研究室 田村 嘉教  
指導教官 宮木 康幸

## 1. はじめに

鉄道橋を列車が走行する際に発生する騒音は、大別すると“走行音”と“固体音（構造物音）”に分けることができる。前者はモータに代表される電車の機器音や車輪がレール上を転がる際生じる音などを指し、後者はレール部で発生した振動が枕木を介して床版や縦桁横桁に伝わり、その振動が原因で生じる音を指す。

本研究では、鉄道橋の特定場所（床版上など）の振動を測定し、そのデータを元に統計的エネルギー解析法によって橋梁から発生する固体音の予測を最終目的としている。

## 2. 統計的エネルギー解析法の概要

統計的エネルギー解析法（以下 SEA 法と略称）は、中高周波数域の振動騒音解析において注目されており、車・船舶・航空・宇宙などあらゆる分野で適用検討がなされている。

SEA 法では振動、音響をエネルギーという統一量で表す。解析対象である構造物は FEM に比べて比較的少数な要素に分割され、その要素内の損失パワー、要素間の伝達パワー、要素外からの入力パワーの平衡関係から伝達を計算する。結果として、ある周波数帯域の振動速度、音圧が求まる。

図 1 に示したように定常状態における要素  $i$  と  $j$  のパワーフローの平衡式は以下ようになる。

$$\begin{aligned} \text{要素 } i: P_i &= P_{di} + P_{ij} \\ \text{要素 } j: P_j &= P_{dj} + P_{ji} \end{aligned} \quad (1)$$

ここで  $P_i$ 、 $P_j$  は入力パワー、 $P_{di}$ 、 $P_{dj}$  は内部損失パワー、 $P_{ij}$ 、 $P_{ji}$  は伝達パワーである。

中心角周波数、バンド幅の周波数帯域内における要素  $i$  の内部損失率  $\eta_i$ 、エネルギーを  $E_i$  とすると、内部損失パワー  $P_{di}$  は

$$P_{di} = \omega \eta_i E_i \quad (2)$$

また、要素  $i$  のモード数を  $N_i$ 、平均モーダルエネルギーを  $E_{mi}$ 、要素  $i$  と  $j$  との結合損失率を  $\eta_{ij}$  とすると、伝達パワー  $P_{ij}$  は次式で表される。

$$\left. \begin{aligned} P_{ij} &= -P_{ji} = P_{ij}' - P_{ji}' \\ P_{ij}' &= \omega \eta_{ij} N_i E_{mi}, \quad P_{ji}' = \omega \eta_{ji} N_j E_{mj} \end{aligned} \right\} (3)$$

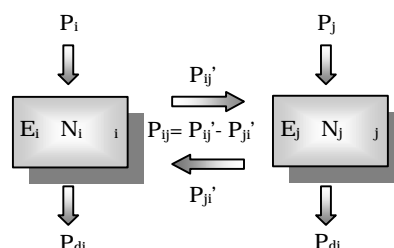


図 1 2要素系のパワーフローの平衡関係

要素  $i$  と  $j$  の相反定理から、結合損失率  $\eta_{ij}$  と  $\eta_{ji}$  には次の関係が成立する。

$$\eta_{ij} N_i = \eta_{ji} N_j \quad (4)$$

したがって、式 (3) の伝達パワー  $P_{ij}$  は、

$$P_{ij} = \omega \eta_{ij} N_i (E_{mi} - E_{mj}) = \omega \eta_{ij} N_i \left( \frac{E_i}{N_i} - \frac{E_j}{N_j} \right) \quad (5)$$

式 (1) は、式 (2) と式 (5) より式 (6) のように書くことができる。

$$P_i = \omega \eta_i E_i + \omega \eta_{ij} N_j \left( \frac{E_i}{N_i} - \frac{E_j}{N_j} \right)$$

$$P_j = \omega \eta_j E_j + \omega \eta_{ji} N_j \left( \frac{E_j}{N_j} - \frac{E_i}{N_i} \right)$$
(6)

式(6)からも分かる通り、モード数や損失率など SEA パラメータが決まれば、各要素のエネルギーが算出できる。

ここまでの考えから、解析対象構造物を n 個に分割し、各要素についてのパワー平衡式を書くと n 個の方程式が得られ、マトリクスで表すと以下ようになる。

$$\omega \begin{bmatrix} (\eta_1 + \sum_{i=1}^n \eta_{1i}) N_1 & -\eta_{12} N_1 & \cdots & -\eta_{1n} N_1 \\ -\eta_{21} N_2 & (\eta_2 + \sum_{i=2}^n \eta_{2i}) N_2 & \cdots & -\eta_{2n} N_2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -\eta_{n1} N_n & \cdots & \cdots & (\eta_n + \sum_{i=n}^{n-1} \eta_{ni}) N_n \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} E_1/N_1 \\ E_2/N_2 \\ \vdots \\ E_n/N_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ \vdots \\ P_n \end{bmatrix}$$
(7)

### 3. 実橋へのアプローチ

本研究では鉄道橋の騒音・振動の測定データとして、北陸新幹線第 3 千曲川橋梁(全長 248.1m)を中心とした騒音調査データを使用している。調査箇所としては、橋梁部の防振対策桁区間、無対策桁区間、また、隣接する高架部においては普通スラブ区間、防振スラブ区間での調査が行われた。なお、各調査箇所では振動加速度レベルと騒音レベルが計測されている。無対策桁区間における調査箇所を図 2 に示す。

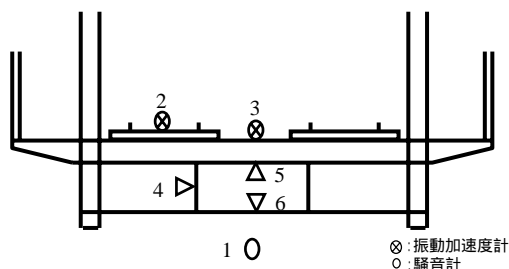


図 2 調査箇所の橋梁断面図

⊗: 振動加速度計  
○: 騒音計

図 3 は無対策桁断面における 1/3 オクターブバンド周波数帯での騒音レベル(1)と振動加速度レベル(2, 3)を表したグラフである。1と2, 3 のスペクトルには相関性が有ることから、電車の走行による振動が床版・縦桁・横桁などに伝わり固体音として放射されていると推測できる。

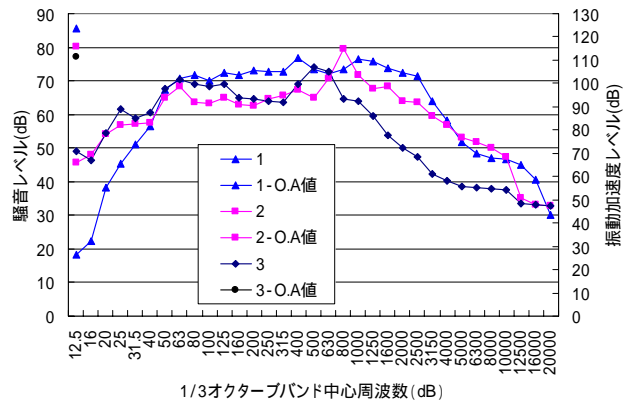


図 3 調査箇所の騒音レベルと振動加速度レベル

また、図 3 で示した振動加速度レベルの実測値は実験機器の SN 比の影響で設定レンジから 40 ~ 50dB までしか信頼性が無い。従って、この先で実測値を使用する場合は 2000Hz までを対象として扱うこととする。

### 4. SEA 解析フローとパラメータ

SEA の解析フローを以下に示す。

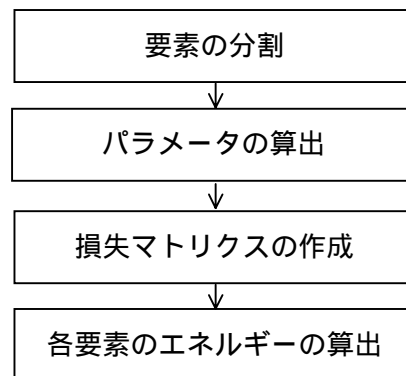


図 4 SEA 解析フロー

本研究では、防振対策桁、無対策桁、高架部それぞれにおいて、数種類要素分割を行い、解析を行った。図4のパラメータとは、要素のモード数、内部損失率、結合損失率、入力パワーで、以下に示す。

#### 4.1 モード数

モード数は通常 1/3 オクターブバンドなど、計算周波数帯域に含まれる要素がもつ固有モードの数である。平板の場合、以下の計算式から算出できる。

$$N = \frac{S\omega}{4\pi c_l' k'} \quad (8)$$

ここで、

$$c_l' = c_l \sqrt{1 - \sigma^2} \quad (9)$$

$$k' = \frac{h}{\sqrt{12}} \quad (10)$$

#### 4.2 内部損失率

内部損失係数はSEAの計算精度に影響を与える重要なファクターであり、対象となる構造物内において振動エネルギーが熱エネルギーへと変換されることによって生じる損失のことである<sup>1)</sup>。構造要素の場合、内部損失係数は解析的に求めることはできず、実験によって求めることになるが、正確に求めることは難しい<sup>2)</sup>。以下に示した式は、板厚 1mm で面積が異なる 2 種類の鋼板で行われた内部損失係数の実験近似式である。実験は空中に吊り下げた平板を衝撃加振して、残響時間から損失係数が求められた。<sup>3)</sup>本解析では鋼板構造である桁においては式(11)を、コンクリート構造である床版については参考文献<sup>4)</sup>より  $10^{-2}$  を使って解析を行った。

$$\eta = 0.041 \times f^{-0.7} \quad (11)$$

#### 4.3 結合損失率<sup>3)5)</sup>

結合損失係数はパワーが要素間を伝達するときの損失率である。実験的に求めることは難しく、結合が単純な場合は理論的に推定できるが複雑な構造の場合は実測することとなる。

##### (a) 実測による推定法

2 要素の場合の結合損失率  $\eta_{ij}$  は次式によって推定できる。

$$\eta_{ij} = \frac{\eta_j E_j N_j}{E_i N_j - E_j N_i} \quad (12)$$

##### (b) 理論的推定法

梁要素及び板要素の結合の場合、結合損失係数は式(13)、(14)より計算できる。この計算には要素の寸法、材料特性に加えて結合部のエネルギー透過率や音響放射率が必要になる。

$$\text{梁: } \eta_{ij} = \frac{c_{gi} \tau_{ij}}{\omega L_i} \quad (13)$$

$$\text{板: } \eta_{ij} = \frac{c_{gi} L_c \tau_{ij}}{\pi \omega S_i} \quad (14)$$

#### 4.4 入力パワー

普通実験などで求められが、実構造物において入力パワーの推定は困難となるため、本解析では図2で示した 2~6 の振動加速度レベルを入力パワーとして計算を行った。

### 5. 音圧レベルの算出

ここまででモード数や損失率など SEA パラメータ求められれば各要素のエネルギーが算出できることを示した。ここでは 2 乗空間平均速度、さらに音響出力及び音圧レベルまでの算出フローを図5で示す。

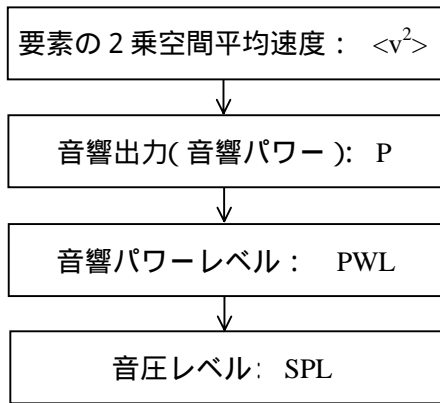


図5 音圧レベル算出フロー

### 5.1 要素の2乗空間平均速度

構造要素の場合以下の式によって要素の2乗空間平均速度を求めることができる。

$$\langle v^2 \rangle = \frac{E}{M} \quad (15)$$

ここでEは要素のエネルギー，Mは要素の質量， $\langle v^2 \rangle$ は2乗空間平均速度である。

### 5.2 音響出力

音響出力とは，単位時間に音源が放射する音波のエネルギーの全方向に関する和で，以下の式で算出できる。

$$P = \rho c S \sigma \langle v^2 \rangle \quad (16)$$

ここで

$\rho c$  : 音響固有インピーダンス

$S$  : 音響放射面積

$\sigma$  : 音響放射効率

$\langle v^2 \rangle$  : 2乗空間平均速度

### 5.3 音響パワーレベル

音響パワーレベルは，音響出力と基準の音響出力 ( $10^{-12}$ ) の比の常用対数の10倍を言う。

以下に定義式を示す。

$$PWL = 10 \log_{10} \left( \frac{P}{10^{-12}} \right) \quad (17)$$

### 5.4 音圧レベル

点音源からの距離減衰を考慮した音圧レベル以下の式で算出できる。

$$SPL = PWL - 11 - 20 \log_{10} d \quad (18)$$

ここで

$d$  : 音源と受音点の距離

## 6. SEA 解析結果

### 6.1 要素の分割数による解析値の比較

要素分割については，橋梁部無対策桁区間においては23要素，59要素．防振対策桁区間においては26要素，67要素として解析を行った．なお，分割を行う前に実橋モデルを作成したが，実橋モデルでは簡略化の為に下横構やリブなどを省略し，床版，縦桁，横桁の構成とした．ここでは無対策桁区間での解析結果を示す。

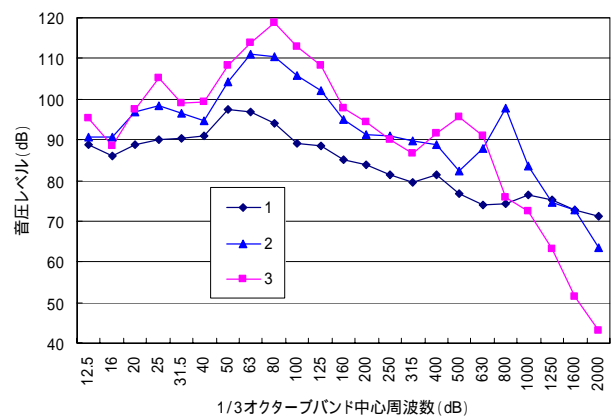


図6 無対策桁区間23要素の場合

ここで図6と図7は無対策桁の実測値と解析値を表しており，図中の1とは実測値を表し，2及び3はその場所における振動加速度レベルを

入力パワーとしたときの解析値である。

図 6, 7 の 2, 3 を見るとそれぞれ実測値より大きな値となっている。これは、入力パワーを床版全体に与えていることが原因と考えられる。一方、59 要素の場合は列車が走行する分の床版に対して入力パワーを与えている。

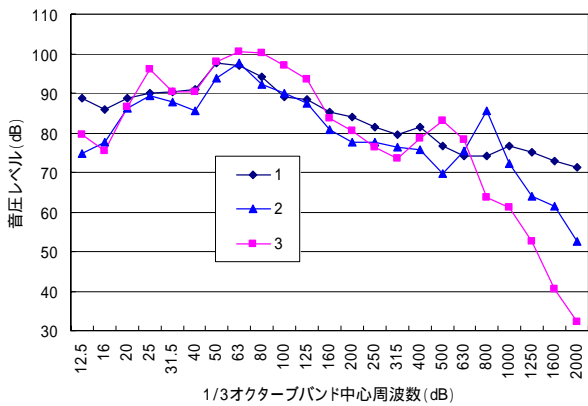


図 7 無対策桁区間 59 要素の場合

図 6 及び図 7 から、要素分割においては 59 要素の方が実測値に近い解析値が得られたことが分かる。ここでは掲載していないが、防振対策桁区間においても要素分割 67 の方が実測値に似た解析結果が得られた。

### 6.2 入力位置による解析値の比較

ここでは軌道 (2, 3) もしくは桁 (4~6) の振動加速度レベルを入力パワーにすることによる解析値の比較を示す。

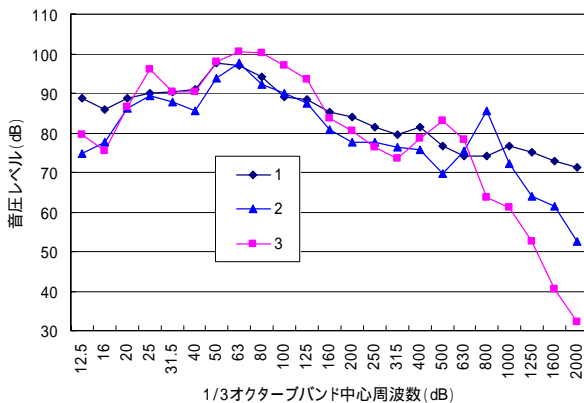


図 8 軌道部分の入力パワーを使用した場合

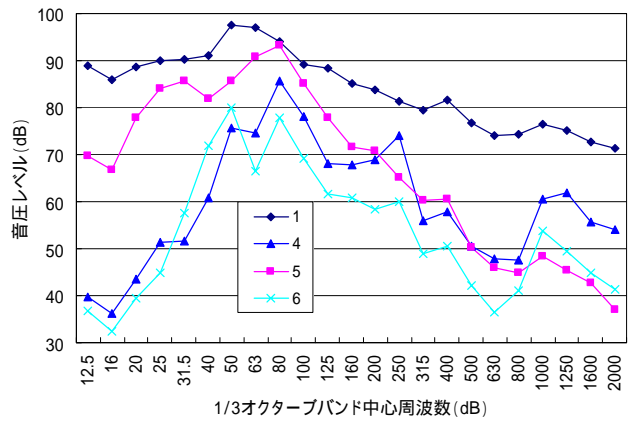


図 9 桁部分の入力パワーを使用した場合

図 8 及び図 9 より、桁よりも軌道での振動加速度レベルを用いる方が実測値に近い解析値を得られることができた。

### 6.3 桁の防振対策の有無による解析値の比較

図 10 は防振対策桁における実測値と解析値を示したものである。無対策桁については図 7 を参照されたい。

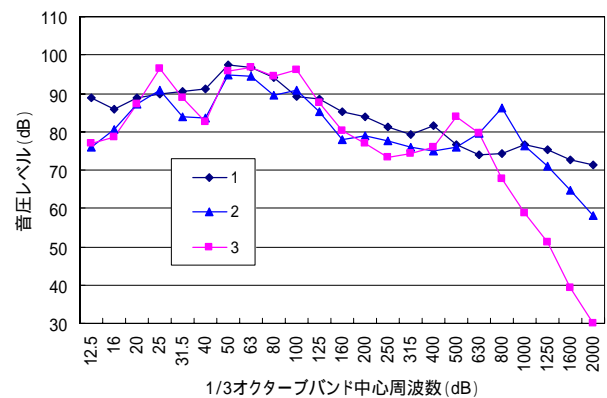


図 10 防振対策桁区間の場合

図 7 と図 10 から、桁の防振対策の有無によって解析値に差が生じないことがわかった。

### 6.3 橋梁部における実測値と解析値の比較

ここまで行った解析値の比較を踏まえて、橋梁部無対策桁区間において要素分割数 59, 入力位置軌道付近とした場合の解析結果差を図 11 に示す。また、高架部防振スラブ区間での実測値と解析値を図 12 で示す。

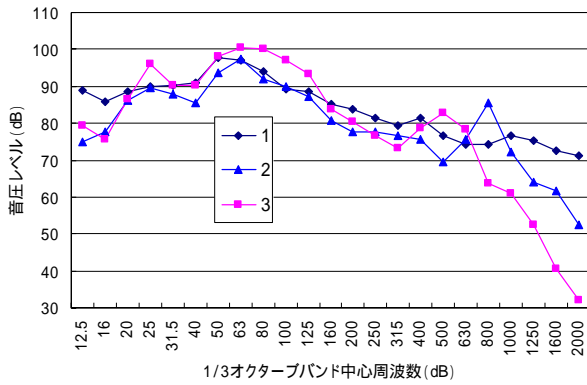


図 11 無対策桁区間における実測値と解析値

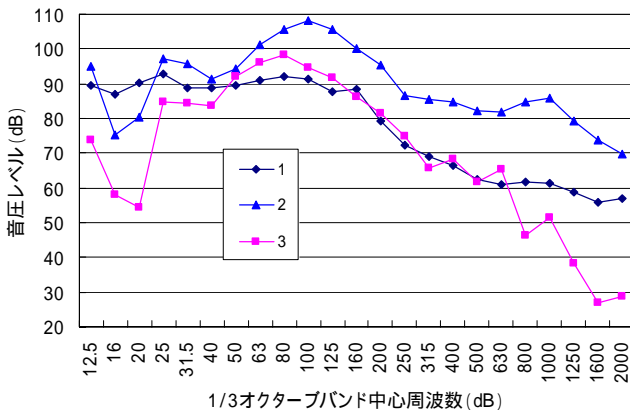


図 12 高架部防振スラブ区間における実測値と解析値

## 7. 研究成果

SEA 解析結果より、橋梁の無対策桁、防振対策桁区間においては実測値とほぼ一致した解析値を得ることができた。また、高架においても比較の実測値と一致した解析結果が得られた。これにより、SEA 法を橋梁及び高架へ適用可能とすることができる。

しかし、入力パワーの位置や要素の分割数によっては解析値が大きく異なるため、SEA 解析を実橋に適用する際このふたつの条件に注意する必要がある。

## 8. 今後の課題

本研究では参考文献などを参考に要素の分割を行った。しかし、要素の分割方法や入力パワーの与える大きさによって解析結果が変化するため、要素分割方法の確立が求められる。

## 参考文献

- 1) 小泉孝之：SEA 法の基本概念，騒音制御，Vol26，No5，pp293 298 (2002)
- 2) 飯田一嘉，大橋 心耳，岡田 健，麦倉 喬次：現場実務者と設計者のための実用騒音・振動制御ハンドブック，(2000)
- 3) 白木万博，：騒音防止設計とシミュレーション，pp383 422 (1982)
- 4) 安田博之：板状模型交差部における曲げ波による固体音の統計的エネルギー解析に関する研究，日本建築学会計画系論文集，第 465 号，pp1 10 (1994)
- 5) 入江良彦：SEA 法による固体伝搬音解析，日本音響学会誌，48 巻 6 号，pp433 444 (1992)