

密度噴流の積分法による解析についての検討

大気水圏ダイナミクス研究室
指導教官

大内 啓之
早川 典生

1. 概要

都市排水や発電所からの温排水の放出、大気への工場排煙の環境問題について評価する時、これらの放流や排煙の広がり特性を知らなければならない。そのために、密度噴流の解析の問題について研究を行った。

密度噴流とは周囲流体に対して運動量をもって排出される流れで、周囲流体との密度差がある場合を言う。その解析内は流速密度分布に相似形を仮定して、基礎微分方程式を積分して噴流の特性についての常微分方程式を解く積分法を採用する。この問題に対して、初期噴流角度や周囲流れの異なる条件において計算プログラムを作り、計算の可能性を探るものである。

2. 数値解析

基礎方程式は以下の式を用いた。

・連続の方程式

$$\frac{\partial u_s}{\partial s} + \frac{\partial(ru_r)}{r\partial r} = 0 \quad (1)$$

・運動の方程式

$$u_s \frac{\partial u_s}{\partial s} + u_r \frac{\partial u_s}{\partial r} = \frac{\rho_a - \rho_s}{\rho_a} g - \frac{\partial(\overline{ru'_s u'_r})}{r\partial r} \quad (2)$$

・濃度の保存式

$$u_s \frac{\partial C}{\partial s} + u_r \frac{\partial C}{\partial r} = - \frac{\partial(\overline{rc'u'_r})}{r\partial r} \quad (3)$$

s : 縦座標 (中心軸方向) u_s : s 方向の流速、 r : 横座標 (中心軸方向に対して垂直) u_r : r 方向の流速、 ρ_a : 周囲の流体の密度分布、 C : 濃度、プライムをつけた量は乱流成分、 $\overline{\quad}$ は時間平均である。

$$u(s,r) = u_s(s) e^{-\frac{r^2}{b^2}}, \rho_a - \rho = \{\rho_a - \rho(s)\} e^{-\frac{r^2}{\lambda^2 b^2}}$$

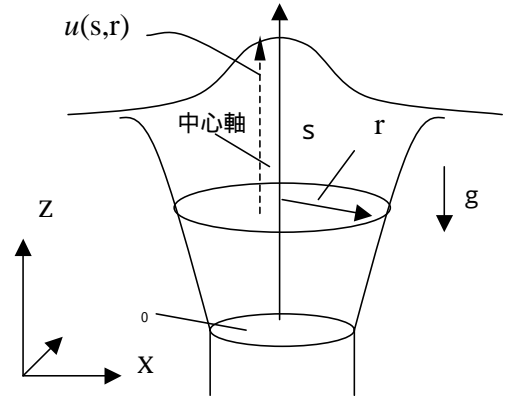


図1 速度分布及び濃度分布の仮定

ここで u_s 、 $\rho_a - \rho(s)$ はそれぞれ中心軸上流速および濃度、 $b(s)$ は噴流の広がり幅を表す。これらの式を基礎方程式に代入して $r = 0$ から C_0 まで積分することにより、 u_s 、 b 、 $\rho(s)$ に関する以下の常微分方程式を得る。

・連続の方程式

$$\frac{1}{2} \frac{d}{ds} [u_s(s)b^2(s)] = \alpha b u_s \quad (4)$$

・運動の方程式

$$\frac{1}{4} + \frac{d}{ds} (u_s^2 b^2) = g \frac{\beta}{\rho_0} [\rho_a - \rho(s)] \frac{1}{2} \lambda^2 b^2 \quad (5)$$

・濃度の保存式

$$\frac{1}{2} + \frac{d}{ds} \left[u_s \{ \rho_a - \rho(s) \} \left\{ 1 + \frac{1}{\lambda^2} \right\}^{-1} \frac{b^2}{2} \right] = 0 \quad (6)$$

u_s : 噴流の中心速度、 α : 連行係数、 ρ_a : 周囲流体の密度、 β : 塩分あるいは密度の広がり幅と噴流の広がり幅の比、 λ : 密度差と濃度差の比、 ρ_0 : 噴出口の密度、 F : フルード数、 $\rho(s)$: 中心軸における密度である。

2.1. 無次元化

周囲流れ u_a を考え、上記の式を前記したように仮定し、展開し、以下のパラメータを用いて無次元化した。

$$S = \frac{s}{b_0}, \quad B = \frac{b}{b_0}, \quad U_s = \frac{u_s}{u_{s0}}, \quad U_a = \frac{u_a}{u_{s0}}$$

$$F_0 = \frac{u_{s0}}{\sqrt{\frac{\rho_a - \rho_{s0}}{\rho_a} g b_0}}$$

$$Q_2 = \pi U_s B^2 + U_a \cos \theta 2B^2$$

$$M_2 = \pi U_s^2 B^2 + 2\pi U_s B^2 U_a \cos \theta + U_a^2 \cos^2 \theta 2B^2$$

以下に無次元化した方程式を示す。

$$\frac{\partial Q_2}{\partial S} = \alpha_s B U_s \quad (6)$$

$$\frac{\partial M_2}{\partial S} = \frac{\lambda^2}{2} \pi B^2 C \sin \theta \frac{1}{F^2} \quad (7)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial S} = \frac{\lambda^2}{2} \pi B^2 C \frac{\cos \theta}{M_1} \frac{1}{F^2} \quad (8)$$

$$\frac{\partial C}{\partial S} = \frac{U_a \cos \theta + \frac{1}{1 + \lambda^2}}{B^2 U_a \cos \theta + \frac{1}{1 + \lambda^2} B^2 U_s} \quad (9)$$

$$\frac{dX_1}{dS} = \cos \theta \quad (10)$$

$$\frac{dZ_1}{dS} = \sin \theta \quad (11)$$

2.2. 実験データとの比較

計算結果を実験結果と比較を行うため、1998年、塚本³⁾による密度噴流実験の結果を用い比較した。実験では水槽内に塩水を流し計測した。水槽の系は、横幅240cm、高さ90cm、縦幅30cm、噴出出口の系は1cmである。

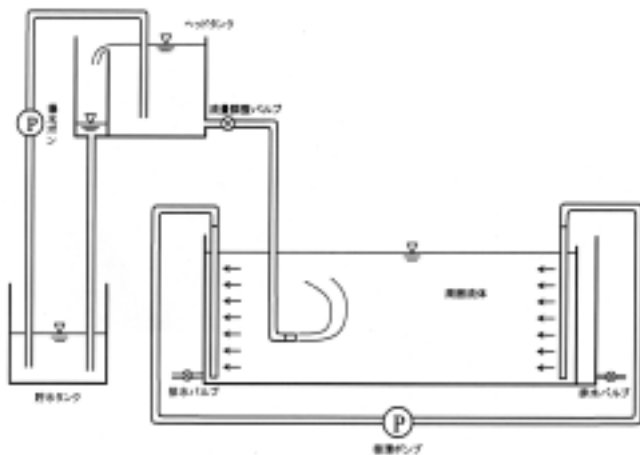


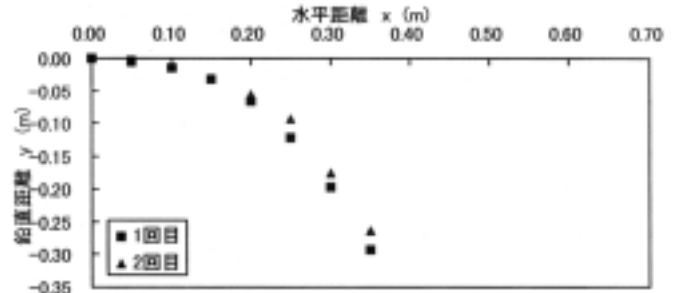
図2 塚本による実験装置

表1 実験条件

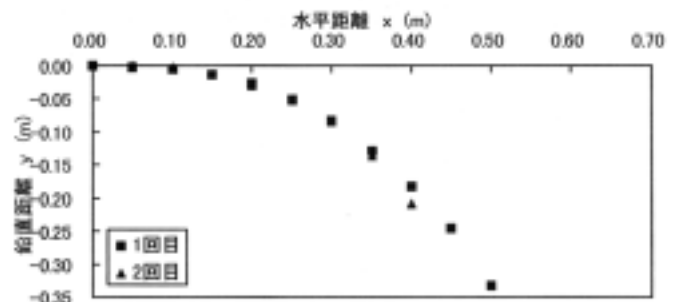
| 実験ケース | (°) | s_0 (Kg/m ³) | u_s (m/s) | F_0 |
|-------|-----|----------------------------|-------------|----------|
| (a) | 0 | 10.1232 | 0.199 | 5.37835 |
| (b) | 0 | 10.1232 | 0.289 | 7.81077 |
| (c) | 0 | 10.1232 | 0.533 | 14.94588 |
| (d) | 30 | 10.1232 | 0.199 | 5.37835 |
| (e) | 30 | 10.1232 | 0.289 | 7.81077 |

計算には上記で導いた理論式、式(6)~(11)を用いて数値解析シミュレーションを行う。計算を行うプログラムはFORTRAN言語を用いて作成した。積分項は

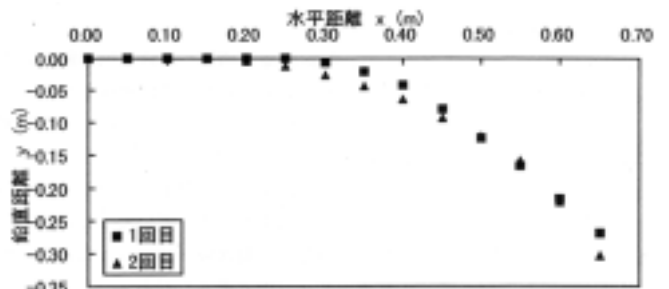
Runge-Kutta法を用いて、表1の実験条件で計算した。以下に、表1の実験条件で行った各結果の図を示す。



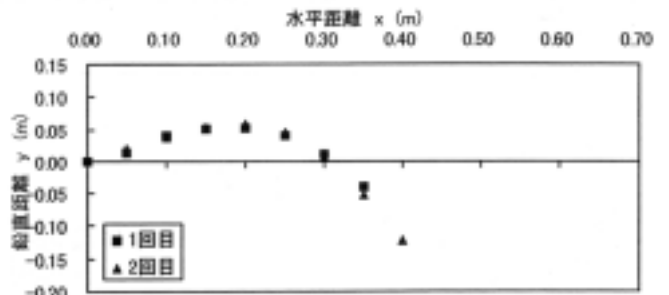
(a) 噴流角度0° バルブ開放度1/4



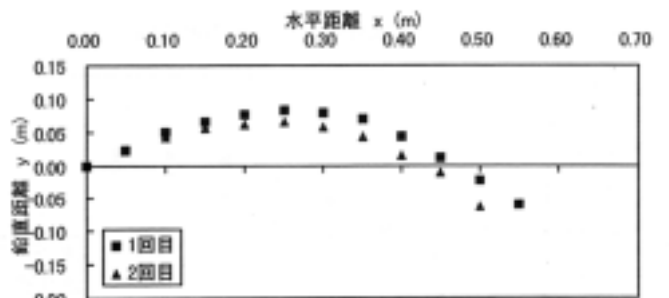
(b) 噴流角度0° バルブ開放度1/3



(c) 噴流角度0° バルブ開放度1/2



(d) 噴流角度30° バルブ開放度1/4



(e) 噴流角度30° バルブ開放度1/3

図3 実験による中心軸の軌跡

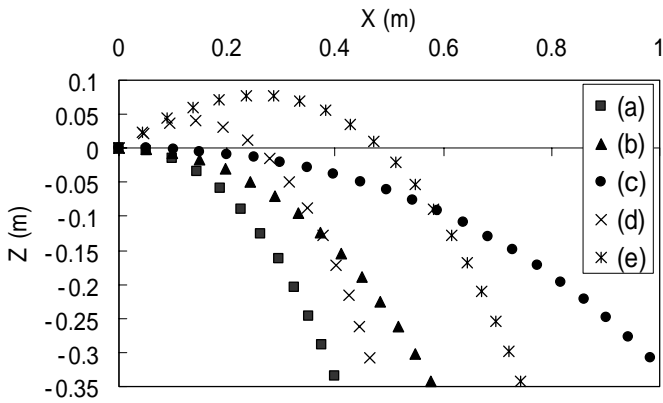


図4 中心軸の濃度変化

初期密度フルード数 F_0 が増加したとき、中心軸の長さが増加し、噴出角度は初期角度から徐々に減少し、噴流が沈降する結果となった。このことから噴流をよく再現していると言える。(a) ~ (e)の結果すべてにおいて、実験値と数値解析結果は、ほぼ同様の結果となった。

2.3. 無次元による数値解析

2.3.1. 初期フルード数を変えた場合

周囲が塩水の水槽に水を噴出させた場合を仮定し、計算を行った。初期条件は $S=0.1, X=Z=0$ で $B=1, U_s=1, U_a=0, C=1$ 、で初期密度フルード数 F_0 を変え $F_0=5, F_0=10, F_0=20, F_0=50$ の場合の数値解析を行い、中心軸の軌跡、密度差の変化、噴流幅の変化、中心軸の速度変化を求めた。

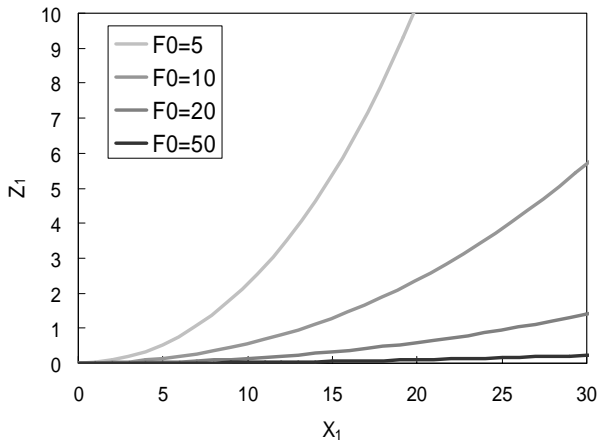


図5 中心軸の軌跡

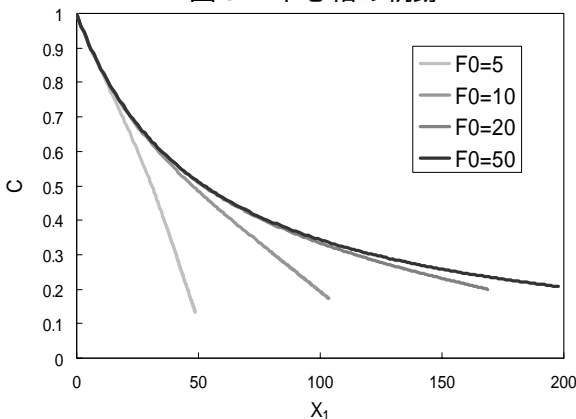


図6 密度差の変化

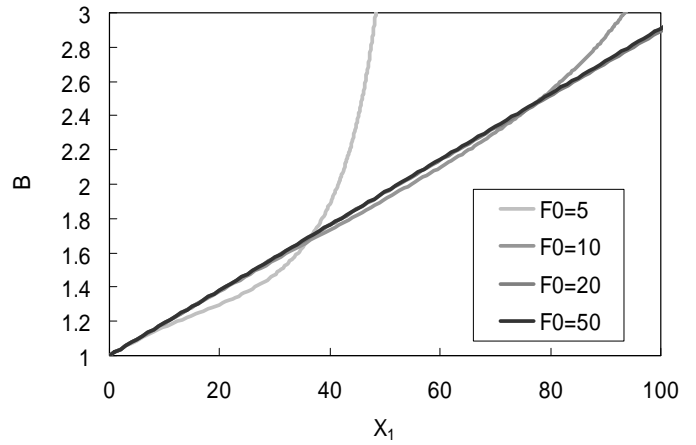


図7 噴流幅の変化

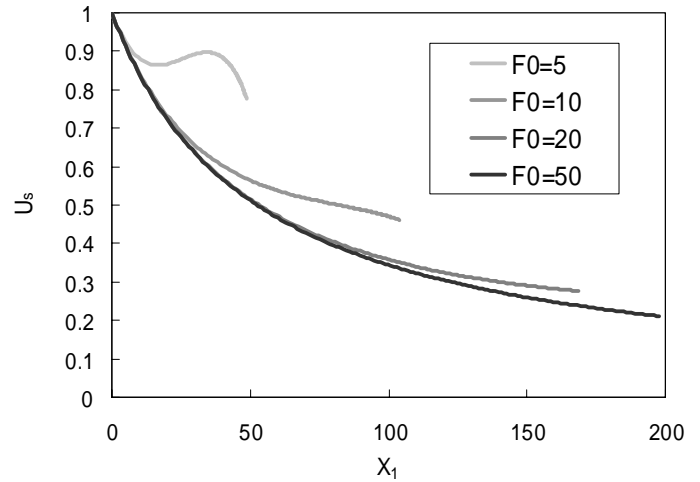


図8 中心軸の速度変化

図5~8に初期密度フルード数の変化における、中心軸の軌跡、密度変化、噴流幅の変化、中心軸の速度変化を示す。

図5における中心軸の軌跡は各 F とともに次第に密度浮力の影響を受け、上昇していき、図3.12、3.13における密度差の変化、噴流幅の変化においても噴流が進むにつれ、徐々に密度差が無くなり、噴流幅は増加していった。

図8においての中心軸の速度変化は $F=5$ において、途中で増加している点が見られるが、初期密度フルード数が低いため、その変化の頂点付近で計算が終了したものと思われる。

2.3.1. 周囲流れを変化させた場合

$U_a=-0.1, 0, 0.1, 0.5$ における初期噴出角度 0° について初期条件を $X=Z=0$ で $S=0.1, B=1, U_s=1, F=20$ とし計算を行い中心軸の軌跡、密度変化、噴流幅の変化、中心軸の速度変化を求めた。 U_a がプラスの場合は左から右へ、マイナスの場合は右から左へ周囲流れがある場合を表す。

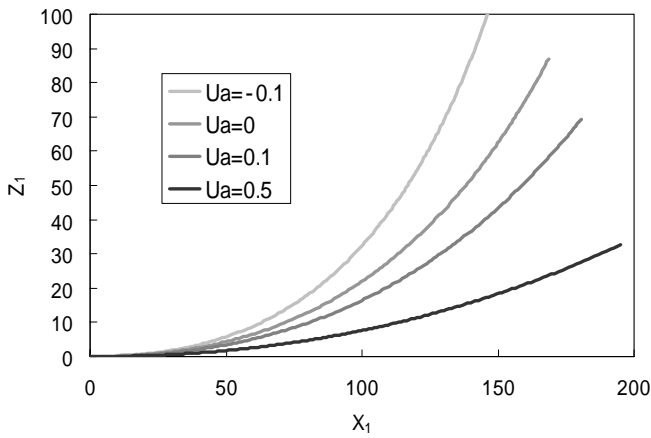


図9 中心軸の軌跡

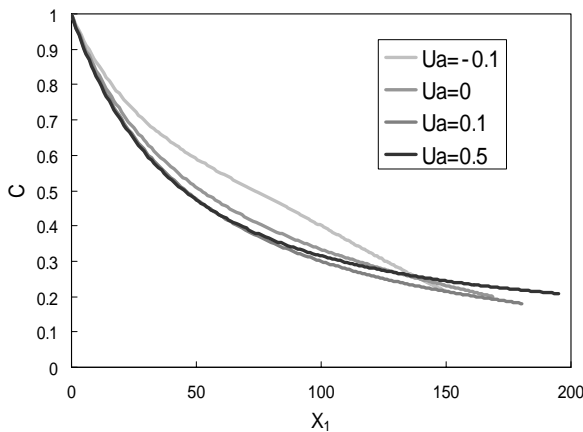


図10 密度差の変化

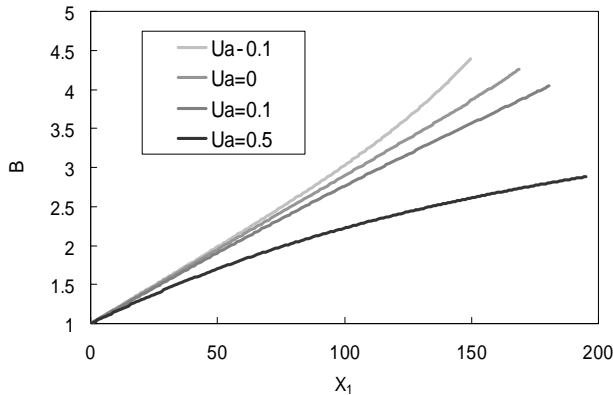


図11 噴流幅の変化

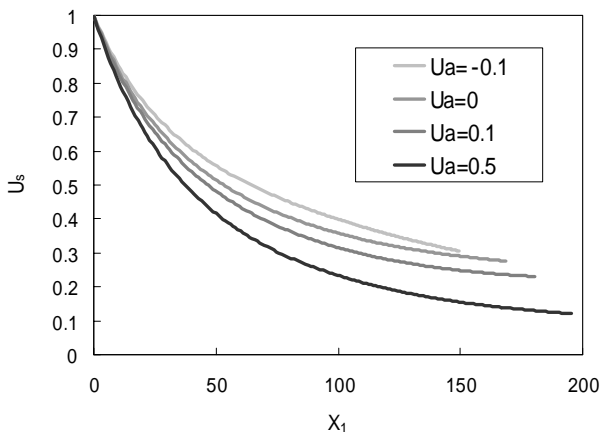


図12 中心軸の速度変化

図9～12に周囲流れの変化における、中心軸の軌跡、密度変化、噴流幅の変化、中心軸の速度変化を示す。

図9において U_a が値を持っている場合、その周囲流れの方向に中心軸が流された。

図3.10～3.12においての密度差の変化、噴流幅の変化、中心軸の速度変化は噴流が進むにつれ、徐々に密度差が無くなり、噴流幅は増加していき、中心軸の速度は減少し、密度噴流らしい結果を見た。

2.3.1. 初期噴出角度を変化させた場合

噴出角度 $89^\circ, 60^\circ, 30^\circ, 0^\circ, -30^\circ, -60^\circ, -89^\circ$ において、初期条件 $X=Z=0$ で $S=0.1, B=1, U_s=1, U_a=0, F=20$ とし計算を行い中心軸の軌跡、密度変化、噴流幅の変化、中心軸の速度変化を求めた。 90° および -90° については式(2.42)が変化しないため 89° および -89° を採用した。

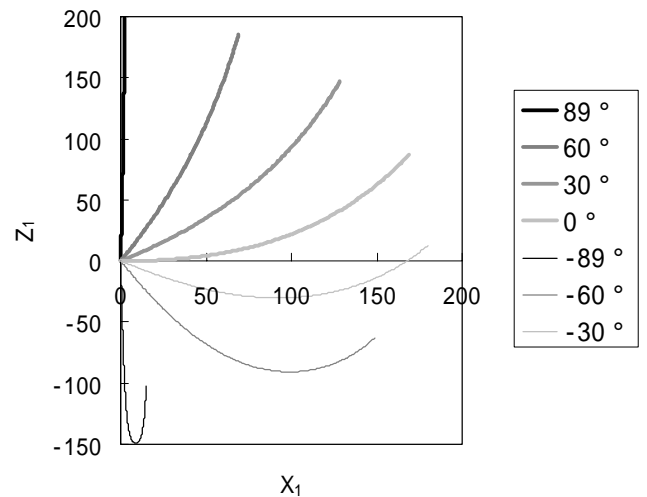


図13 中心軸の軌跡

各角度ともに、中心軸の長さが増加し、噴出角度は初期角度から徐々に増加し、噴流が上昇し、濃度差は徐々に無くなり、噴流幅も徐々に増え、中心軸の速度も徐々に減少する結果となった。このことから噴流をよく再現していると言える。

3. 結論

- ・周囲流れのある流体中に噴出される2次元密度噴流の計算手法を開発し、初期フルード数、初期噴出角度、周囲流れの強さを変えて、計算結果を示し、実験結果とを比較した。
- ・フルード数を変化させた結果、その中心速度は大きく増加し、その中心軸における軌跡は各角度方向に大きく伸びる結果となった。

4. 参考文献

- 1) 早川 典生: 密度流現象 - その再訪と展望 -
- 2) 楊 宏選: 非一様流れ場における密度噴流の解析
- 3) 塚本敬人: 水中密度噴流の流動機構に関する研究