

静止直交格子を用いた移動物体周辺の流れ解析

水工学研究室 津田朗宏
指導教官 細山田得三

1. はじめに

数値流体力学は近年の計算機能力の向上によってめざましく進歩しており、構造物周辺の流れ場に対する理解も進んできている。数値流体力学の取り扱う対象として、これまでは、静止している円柱、角柱であることが多く、それらのまわりのカルマン渦や流体力が研究者の興味の対象であった。一方、物体は、静止しているが、円や翼のように複雑な形状の構造物を考える場合、境界の形状に格子を適合させた境界適合格子が採用されることが多く、この方面の研究も進展している。この方法は、物体の形状を滑らかに表現できるものの計量の情報の精度によって計算精度が悪化したり、物体が時間的に移動する問題では逆に取り扱いを困難になると思われる。

流体中に設置された物体が移動する問題は、橋梁に対する空力弾性や流れによって移動する流木など広い応用が考えられる。物体が流体の力によって移動する場合、流体と物体の相互干渉により静止した物体周辺の流れとは異なった流れ構造が生じ、きわめて複雑な現象と言える。本研究では流体中を移動する構造物等の動きの数値シミュレーション技法を様々な分野に応用することを念頭におき、その基本的な数値計算プログラムを作成した。本論文では、静止物体、強制的に回転する物体、流体力を受けて移動する物体の3ケースに対してアルゴリズムを適用した例について報告する。

2. 数値計算法

本研究では、計算領域内での物体の配置情報から格子空間内に物体の形状を表現するアルゴリズムを導入した。そして流れ場の圧力によって移動する物体と流れ場との相互干渉を計算できるプログラムを作成した。計算格子とし

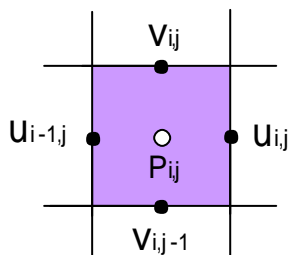


図 - 1 スタッガード格子

て最も取り扱いが容易な静止直交格子を用い、変数の配置としては、図 - 1 に示すスタッガード格子を採用する。流速は格子の辺の中央で定義し、密度や圧力は各格子の中心において定義されている。なお、移動物体は剛体と考えているため、物体部は格子の配列により変位はするものの流れの力による物体自体の変形はない。

2.1 流れ場の基礎方程式

流体モデルを等温非圧縮性粘性流体として考え二次元流れ場の基礎式は連続式 (1) と NS 方程式 (2)、(3) を用いた。

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \quad (2)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -g_y - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) \quad (3)$$

ここで u, v, g, P, ρ, ν はそれぞれ水平方向の流速、鉛直方向の流速、重力加速度、圧力、流体の密度、動粘性係数である。非圧縮性流体の仮定より密度 ρ は一定とする。これらの式で解くべき変数は、速度 u, v 、圧力 P である。本研究での計算手法は SOLA 法を用いており、この方法は NS 方程式によって変数の時間発展を直接計算し、連続式を利用して Newton 法による流速と圧力の緩和計算を行い、圧力を求める。NS 方程式の移流項の計算については風上差分と中心差分の重み付き平均を使用した。

2.2 巻き付き判定法

物体部と流体部の判定には巻き付き判定法と呼ばれるものを用いた。この巻き付き判定法は、図 - 2 に示すような2次元物体の外周の点 (図 - 2、黒丸) の座標が与えられたとき、点を結んでできる閉領域に各格子点が含まれる

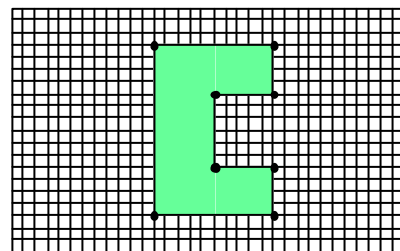


図 - 2 物体の表現

かどうかを判定するものである。

2.3 物体の回転

物体を重心まわりに強制的に回転させる方法は、まず物体の外周点の座標 $(x_i, y_i, i=1 \sim N, N$ は点数) を式(4)に示す回転に関する1次変換によって $(x_i', y_i', i=1 \sim N)$ に変換させる。次いで、 $(x_i', y_i', i=1 \sim N)$ を物体の外周点として巻き付き判定法を用い、移動した形を格子領域内に表現する。

$$\begin{pmatrix} x_i' \\ y_i' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos q & -\sin q \\ \sin q & \cos q \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_i \\ y_i \end{pmatrix} \quad (4)$$

2.4 流れの作用による物体の移動

物体が流れの力により移動する場合、2次元で考えるとその移動は水平、鉛直の並進運動と回転運動を組み合わせたものと考えることが出来る。物体に作用する2方向の流体力 (f_x, f_y) 、流体力による重心まわりのモーメント (M) を求め、運動方程式に適用することにより物体の回転角 (θ) 、重心の並進距離 (x, y) を求める。式(5)、(6)は水平、鉛直の運動方程式、式(7)は回転の運動方程式を示しており、これらから求めた移動量を合わせ、物体の流れによる移動を求める。流体力、モーメントに懸かる力は物体に隣接する流体格子の圧力の合計から求める。なお、 m, I は物体の質量および重心まわりの慣性モーメントであり、物体は剛体としているため一定値とする。

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = f_x \quad (5)$$

$$m \frac{d^2 y}{dt^2} = f_y \quad (6)$$

$$I \frac{dq}{dt} = M \quad (7)$$

2.5 境界条件

物体が領域内を移動する場合、物体の表面では、運動学的境界条件として物体の移動速度と流速は、一致してはならない。物体の移動速度は2方向重心の並進速度と物体の重心まわりの回転による速度の和であり、後者は x, y 方向に分解して求めた。

3. 数値計算結果

数値計算は1) 静止している物体、2) 強制的に移動、回転している物体、3) 流体力に応じて自由に移動・回転する物体の3ケースを対象とした。まず1)と2)についての比較を行った。図-3に示すようセル数 500×800 、1格子縦横 0.1cm の領域において中心座標 $(220, 250)$ の位置に

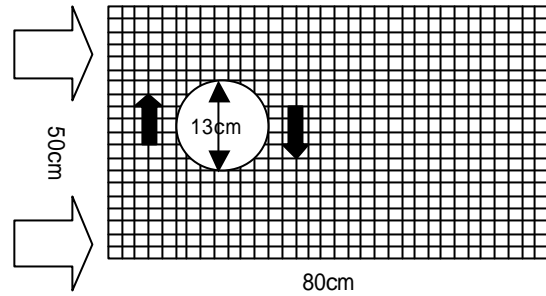


図-3 計算領域の概略

直径 13cm の円を与え、この円を静止させた場合と角速度 0.052rad/s を与えて時計まわりに回転させた場合を比較した(実際の円は格子で作られるため図-3のように格子はまたがない)。流体は水と考え、領域の左側から右側に向かって初期流速 0.3cm/s を与え、経過時間による流速、圧力変化を計算した。この条件のときレイノルズ数は 260 である。

3.1 円の強制回転による計算結果

図-4、5は経過時間50秒後と100秒後の静止した円での流速ベクトルと圧力分布である。流速ベクトルは同程度のレイノルズ数の室内実験で従来観測されている双子渦があらわれ、円の背面の圧力が低い部分は上下対象になっている。図-6、7は図-4、5と同じ条件で時計まわりに回転させた円での流速ベクトルと圧力分布を示している。円の回転により流速ベクトル、圧力分布ともに静止円の場合とは異なる。円柱表面の流体が粘性によって引きずられ回転方向と流れが一致している円上部では流速が上がり、それに伴い圧力の低下が起こっている。この圧力分布の非対称性によって流れに対して垂直な方向に力が発生する。これは従来の研究で明らかになっているマグヌス効果と同じである。図-8は物体に作用する水平力を求めたもので、静止している円と回転している円それぞれの X 方向、 Y 方向に経過時間50秒から60秒に作用する力を示している。静止している場合、流れが上下対称であり、圧力分布も対称となっているため、合力は水平方向のみで鉛直方向に作用する力はほとんどない。これと異なり円が回転する場合物体に作用する力は大きく変動しているのがわかる。これは円の移動が隣接する流体部に影響を与えているためと考えられる。またマグヌス効果より Y 方向に作用する力は上向きである。

図-9、図-10は運動方程式を用い流体力によって物体を移動させた場合の計算結果である。計算領域はここまで述べてきた円形物体の計算と同じであるが、初期流速を

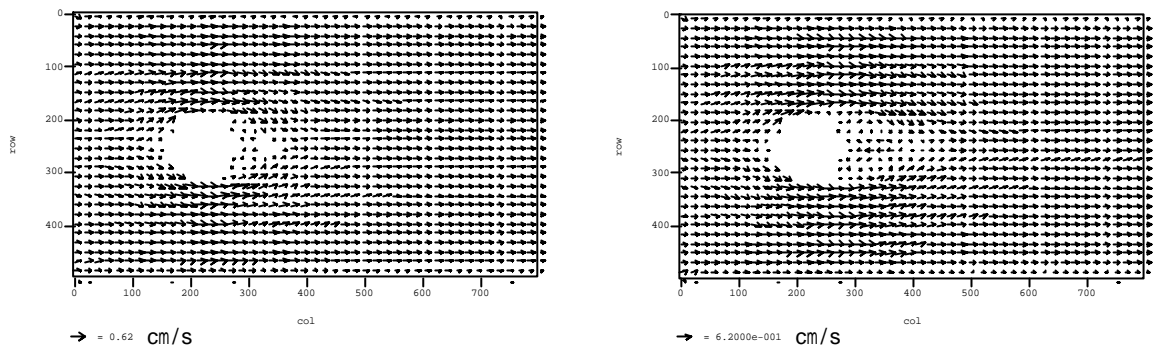


図-4 静止円の流速ベクトル(50s&100s)

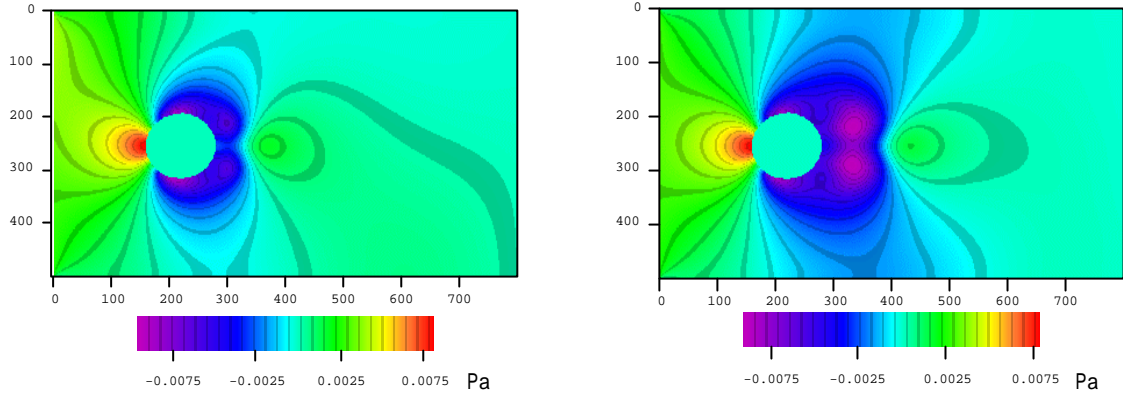


図-5 静止円の圧力分布(50s&100s)

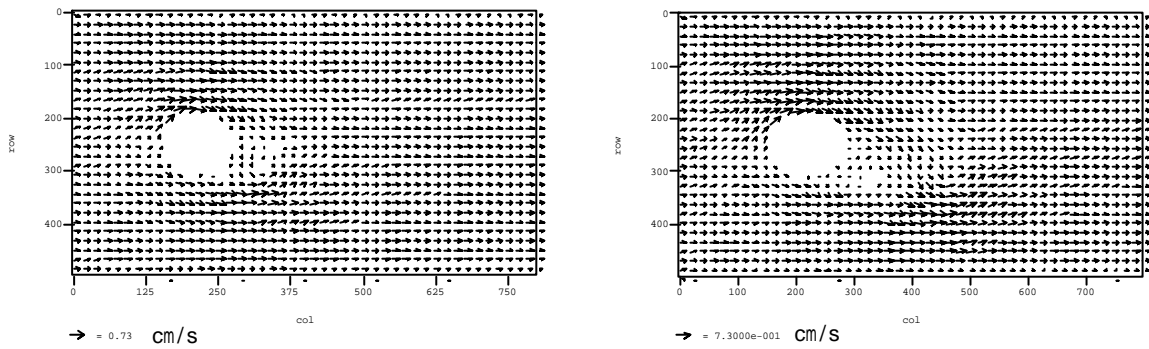


図-6 回転させた円の流速ベクトル(50s&100s)

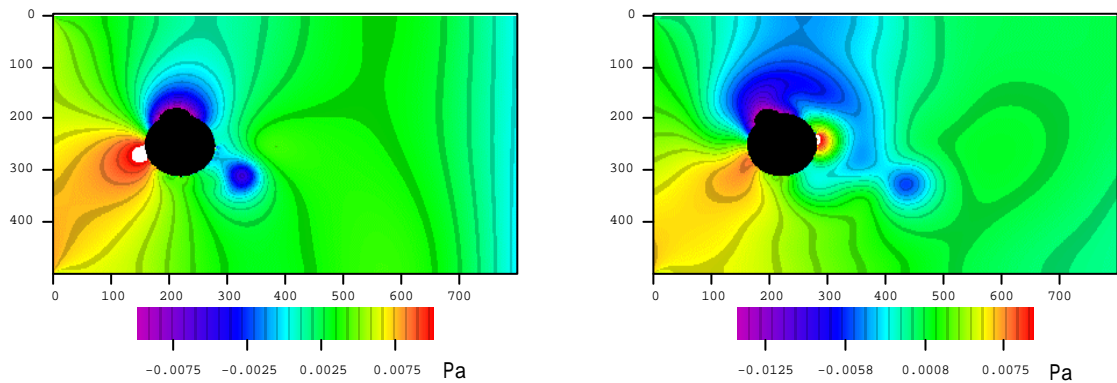


図-7 回転させた円の圧力分布(50s&100s)

5.0cm/s とし、設置物体は 5cm × 15cm の長方形物体に変えた。物体の密度は 24 g/cm³ としている。計算結果は経過時間 20 秒後と 40 秒後のもので、流速ベクトルを見ると始

め計算領域の中央に設置した長方形物体に沿うような流速ベクトルは経過時間とともに動き出す物体の影響により乱れはじめる。40 秒後を見ると流れは物体前方に発生

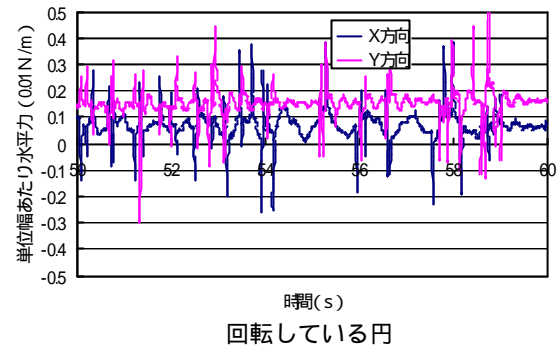
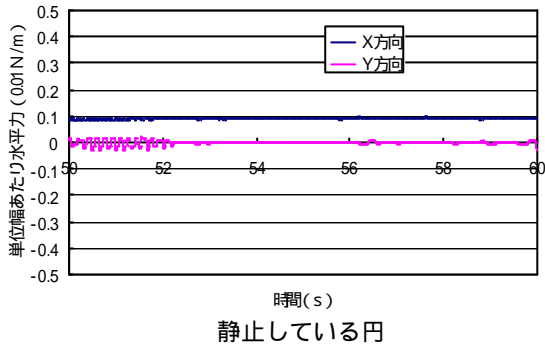


図 - 8 経過時間50～60秒の物体に作用する力

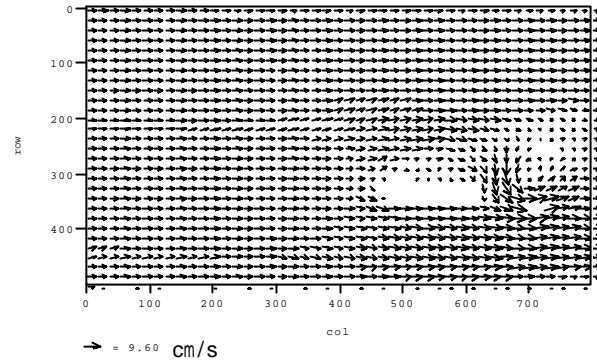
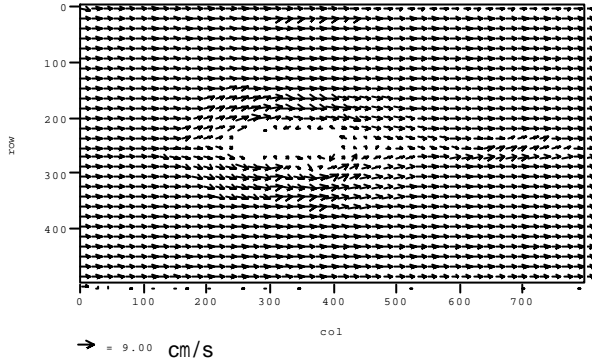


図 - 9 移動する物体の流速ベクトル (20 s & 40 s)

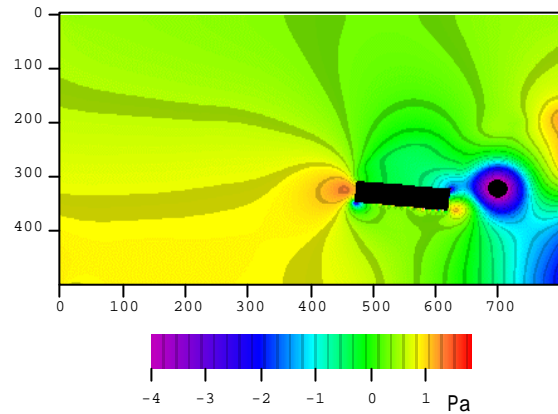
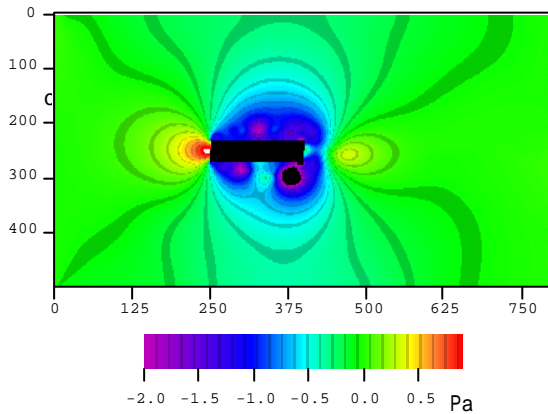


図 - 10 移動する物体の圧力分布 (20 s & 40 s)

した渦を巻くように流れており、物体は右下方向に流されている。本研究では物体に作用する力は主に圧力であるため物体移動は圧力の低い方に流れる流体の流れに引きずられるような結果となった。

4. 結論

流れ場のシミュレーションにおいて巻き付き判定法の導入により計算領域に自由な形状を表現できた。今回の計算で求めた円の静止、回転の数値計算結果は従来室内実験で得られた流れの現象に近い結果であり、固定直角格子を用いて流体計算を行っても定性的にはある程度正確な現象を表現することが出来た。流体力を受けての物体の移動

は運動方程式と流体数値計算法を組み合わせることにより静止直角格子を用いても物体移動の表現が可能であることが示された。

参考文献

- 1.) 保原充、大宮司久明 編：数値流体力学 - 基礎と応用 -、pp3～5、21 1992
- 2.) 種子田定俊：画像から学ぶ流体力学、pp63～67、1988.
- 3.) 渡辺久夫：親切的な物理 . (上)、pp260～264、1974.
- 4.) Assembled by Milton Vun Pyke, Parabolic Press, 1987.
- 5.) 竹之内修：数学公式集、pp74、1974.